
الجزء الأول
إعداد الأستاذ
علي ضياء عبد الستار
07736982455
علي ضياء
الرياضيات
موسوعة
الرياضيات
cos = +
sin = +
tan = +
cos = -
sin = +
tan = -
cos = +
sin = -
tan = -
cos = -
sin = -
tan = +
y
x
1
-1
الأعداد المركبة
القطوع المخروطية
خطوات حل مفصله
حل تمارين و امثلة الكتاب
حل الأسئلة الوزارية
2021

الفصل الأول
الاعداد المركبة

الأعداد المركبة و هي الأعداد التي تحتوي على الجزء التخيلي.

- **الجزء التخيلي:** هو الجزء الذي يحتوي على الرمز (i)
  يرمز للأعداد المركبة بالرمز [c]

ملاحظة: الهدف من استخدام الأعداد المركبة هو التعامل مع الأعداد السالبة.

- تحتوي الأعداد المركبة على ثلاث اسس رئيسية و هي:
  - الأسس (3 , 2 , 1)
  - الأعداد المركبة التي تحتوي على اسس و التي لها حل مباشر هي:

$$i = i$$
$$i^2 = -1$$

$$i^2 = -1$$

a	b	c
يعتبر (i^2) احد عيوب الأعداد المركبة	اين ما وجد (i^2) يحذف	متى ما حذف (i^2) تقلب اشارة الحد

قيمة اساسية له

$$+3i^2 = 3\ \ (-1)$$

تقلب اشارة الحد

$$-3$$

$$i^3 = -i$$
$$= i^{2+1}$$
$$= i^2 * i^1$$
$$= -1 * i$$
$$= -i$$

ملاحظة// اذا كانت الأسس لا تساوي (1 , 2 , 3) تستخدم عملية القسمة.

ملاحظة// اذا كانت الأسس اكبر من (3) تقسم الأسس على (4) و يمثل الباقي الأس الجديد.

(الامثلة)

1) i^4
$= i^0$
$= 1$

2) i^7
$= i^3$
$= -i$

3) i^8
$= i^0$
$= 1$



4) i^{999}
$= i^3$
$= -i$

5) i^{113}
$= i^1$
$= i$

6) i^{68}
$= i^0$
$= 1$

7) i^0
$= 1$

07736982455



كيفية التخلص من السالب داخل الجذر التربيعي

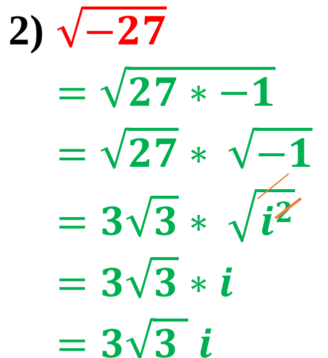
الجواب:-

١) نحدد الجذر [يجب ان يكون دليل الجذر زوجي].
٢) نحدد وجود اشارة السالب داخل الجذر.
٣) يضرب العدد داخل الجذر مجرد من الإشارة * (-1)
٤) يجزأ الجذر الى العددين و الاشارة بينهما ضرب.
٥) تقلب -1 الى (i^2).
٦) تحذف التربيع مع الجذر.
٧) نجد حاصل الضرب.

ملاحظة// عند وجود الجذر السالب في السؤال يكتب الناتج بشكل مباشر.

ملاحظة// كل سالب داخل جذر تربيعي يقلب (i) خارج الجذر.

1) $\sqrt{-25}$
$= \sqrt{25 * -1}$
$= \sqrt{25} * \sqrt{-1}$
$= 5 * \sqrt{i^2}$
$= 5 * i$
$= 5i$



2) $\sqrt{-27}$
$= \sqrt{27 * -1}$
$= \sqrt{27} * \sqrt{-1}$
$= 3\sqrt{3} * \sqrt{i^2}$
$= 3\sqrt{3} * i$
$= 3\sqrt{3}\ i$

3) $\sqrt{-16}$
$= \sqrt{16 * -1}$
$= \sqrt{16} * \sqrt{-1}$
$= 4 * \sqrt{i^2}$
$= 4 * i$

07736982455



$= 4i$

4) $\sqrt{-5}$

$= \sqrt{5 * -1}$

$= \sqrt{5} * \sqrt{-1}$

$= \sqrt{5} * \sqrt{i^2}$

$= \sqrt{5} * i$

$= \sqrt{5}i$

5) $\sqrt{-64}$

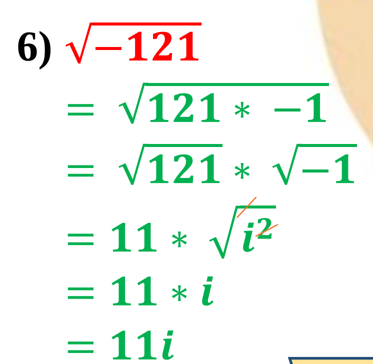
$= \sqrt{64 * -1}$

$= \sqrt{64} * \sqrt{-1}$

$= 8 * \sqrt{i^2}$

$= 8 * i$

$= 8i$



6) $\sqrt{-121}$

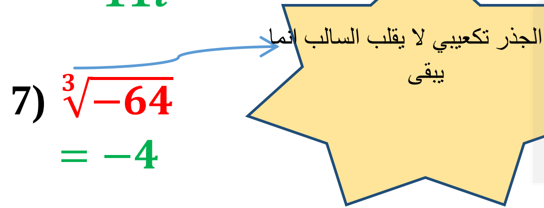
$= \sqrt{121 * -1}$

$= \sqrt{121} * \sqrt{-1}$

$= 11 * \sqrt{i^2}$

$= 11 * i$

$= 11i$



7) $\sqrt[3]{-64}$

$= -4$

الصيغة الاعتيادية للأعداد المركبة

١) تتكون الصيغة الاعتيادية للأعداد المركبة من جزئين.
٢) الجزء الأول يسمى الجزء الحقيقي و يرمز له بالرمز (a) .
٣) الجزء الثاني يسمى الجزء التخيلي و يرمز بالرمز (bi) (يحتوي على i).
٤) الصيغة الاعتيادية للأعداد المركبة هي $a + bi$

ملاحظة// عند وجود جزئين حقيقي و تخيلي متقدمه فيه التخيلي على الحقيقي يعاد الترتيب بدون تغير الاشارة.

٥) عند وجود جزء مفقود نعوض عنه بالرقم (صفر)

ملاحظة// عند حل اي سؤال يتعلق بالأعداد المركبه يجب ان نحدد صيغة العدد المركب في السؤال (اذا كانت الصيغة ليست الصيغة الاعتيادية نضعه بالصيغه الاعتياديه ثم نبدأ بحل السؤال). و ستذكر لاحقا.

س/ ضع كلا مما يأتي بالصيغة الأعتيادية للعدد المركب:

1) $3 , 2i$
$= 3 + 2i$

2) $5i , 4$
$= 4 + 5i$

3) $i^2 , \ i$
$= -1 + i$

تعدل الصيغه اولا

4) $\sqrt{-15} , 2i^2$

-1

i

$= \sqrt{15}i , -2$
$= \ -2 + \sqrt{15}i$

5) $-1, 5i$
$-1+5i$

6) $12, i^{7}$
$= 12 - i$

كل اس اكبر من ثلاثه يقسم على اربعه ويمثل الباقي الاس الجديد

ملاحظات عامة:-

١) فرق بين مربعين:
أ. يجب ان تتكون المعادلة من حدين فقط.
ب. يجب ان يكون للحدان جذور تربيعية.
ج. يجب ان تكون الإشارة بين الحدين سالبة.

خطوات الحل//

١- نقوم بفتح قوسين نساويه بالصفر.
٢- نضع في القوس الاول اشارة موجب و نضع في القوس الثاني اشارة سالب. (او العكس)
٣- نضع في كل قوس ناتج الجذور التربيعية للحدين.
٤- نجد قيمة المتغير بأستخدام الخطوتين (أما) (أو).

- اما القوس الأول يساوي صفر و نجد قيمة المتغير او القوس الثاني يساوي صفر و نجد قيمة المتغير.

ملاحظة// اذا كان المطلوب في السؤال حلل المقدار فرق بين مربعين لا نساوي القوسين بالصفر.

1) $x^2 - 25 = 0$
$(x-5)(x+5) = 0$
أما $x - 5 = 0$
$x = 5$
أو $x + 5 = 0$

$x = -5$
$S(5, -5)$

2) $x^2 - 81 = 0$
$(x-9)(x+9) = 0$
أما $x - 9 = 0$
$x = 9$
أو $x + 9 = 0$
$x = -9$
$S\ (9, -9)$

ملاحظة// اذا طلب في السؤال (اذا تطلب ذلك) تحليل اعداد و لم تنطبق احد شروط فرق بين مربعين نتبع الخطوات التالية لحل السؤال بأستخدام طريقة فرق بين مربعين (في الاعداد المركبه)

١. اذا تكون السؤال من حدين حقيقين تقلب اشارة الحد الثاني و يكتب معه (i^2).
ملاحظة// اين ماوجدت(i^2) تحذف و تقلب اشارة الحد و العكس صحيح.
٢. عند وجود حد واحد فقط يجب ان يحلل العدد الى عامل جمع رقمين لهما جذور تربيعية.
٣. تقلب اشارة الحد الثاني و يكتب (i^2).

1) $4 + 9$
$= 4 - 9i^2$
$= (2 - 3i)(2 + 3i)$

2) 85
$= 81 + 4$
$= 81 - 4i^2$
$= (9 - 2i)(9 + 2i)$

3) 41
$= 16 + 25$
$= 16 - 25i^2$
$= (4 - 5i)(4 + 5i)$

يستفاد من هذه الخاصيه للتخلص من i في المقام (يذكر لاحقا)

2) فرق او مجموع مكعبين:-

أ. يجب ان يتكون المقدار من حدين فقط.
ب. يجب ان يحتوي المتغير على اس (3).
ج. لا يشترط ان تكون الإشارة سالب فقط او موجب فقط.

خطوات الحل:

١- نقوم بفتح قوس صغير و قوس كبير.
٢- نضع في القوس الصغير الجذور التكعيبية للحدود.
٣- يطبق القانون التالي على القوس الصغير.
مربع الثاني + الحد الاول x الثاني . عكس الاشارة مربع الحد الاول

ملاحظة// اين ما وجدت (i^2) تحذف و تقلب اشارة الحد.

ex) $x^3 - 216$
$= (x-6)(x^2+6x+36)$

ملاحظة// عند تحليل اي عدد نتبع الخطوات التالية:

١- اذا كان العدد زوجي يحلل على 2
٢- اذا كان العدد الفردي احادة خمسة يحلل على 5
٣- اذا كان العددفردي احادة ليس العدد 5 (اذا كان مجموع اعداده من مضاعفات العدد 3)يحلل على 3
٤- اذا كان العدد اولي يحلل على نفسه فقط

ملاحظة//
أ. اذا كان العدد من مضاعفات (13) يحلل على 13.
ب. عند وجود اي عدد مكون من ثلاث مراتب نكتب اول رقمين ثم نضع اشارة (+) و يضرب الرقم الأخير x(5) اذا كان الناتج موجود في جدول ضرب (7) فإنه يقبل التحليل على (7).

ex/ $y^3 + 343$
$(y+7)(y^2-7y+49)$

بعض الجذور التربيعية المهمة

1) $\sqrt{1} = 1$
2) $\sqrt{4} = 2$
3) $\sqrt{9} = 3$
4) $\sqrt{16} = 4$
5) $\sqrt{25} = 5$
6) $\sqrt{36} = 6$
7) $\sqrt{49} = 7$
8) $\sqrt{64} = 8$
9) $\sqrt{81} = 9$
10) $\sqrt{100} = 10$
11) $\sqrt{121} = 11$
12) $\sqrt{144} = 12$
13) $\sqrt{169} = 13$
14) $\sqrt{225} = 15$
15) $\sqrt{625} = 25$
16) $\sqrt{256} = 16$



بعض الجذور التكعيبيةالمهمة

1) $\sqrt[3]{1} = 1$
2) $\sqrt[3]{8} = 2$
3) $\sqrt[3]{27} = 3$
4) $\sqrt[3]{64} = 4$
5) $\sqrt[3]{125} = 5$
6) $\sqrt[3]{216} = 6$
7) $\sqrt[3]{343} = 7$
8) $\sqrt[3]{512} = 8$
9) $\sqrt[3]{729} = 9$
10) $\sqrt[3]{1000} = 10$

3- التجربة:-

١) تتكون المعادلة من ثلاث حدود
٢) الصيغة العامة للمعادلة هي $ax^2 + bx + c = 0$
٣) نقوم بفتح قوسين ونساويهما بالصفر.
٤) نضع عوامل الحد الاول و الأخير في الأقواس مع مراعاة الحد الوسط.
٥) نضع الاشارات حسب اشارة الحد الوسط.

نتحقق من صحة الحل//

يجب ان يكون ناتج الجمع لحاصل ضرب القريب مع القريب و البعيد مع البعيد يساوي الحد الوسط في المقدار و الاشارة.

٦) استخدام خطوتين (أما) (أو) لإيجاد قيمة المتغير.
اما القوس الاول يساوي صفر و نجد قيمة المتغير أو القوس الثاني يساوي صفر و نجد قيمة المتغير.
٧) كتابة مجموعة الحل.

ex)

$x^2 + 13x + 42 = 0$
$(x + 7)(x + 6) = 0$
أما $x + 7 = 0$
$x = -7$
أو $x + 6 = 0$
$x = -6$
$S\ (-6, -7)$

ex)

$x^2 - x - 6 = 0$
$(x - 3)(x + 2) = 0$
أما $x - 3 = 0$

$x = 3$

أو $x + 2 = 0$

$x = -2$

$S\ (3\ , -2)$

خصائص الأعداد المركبة

أولا: خاصية الجمع:-

١. نحدد صيغ الاعداد المركبة.
٢. نحدد العملية (الجمع).
٣. نرمز لصيغ الاعداد المركبة C.
٤. نقوم بفتح قوسين الاشارة بينهما (+).
٥. نضع في القوس الاول الأجزاء الحقيقية فقط مع اشارتها.
٦. نضع في القوس الثاني الأجزاء التخيلية مع اشاراتها.

ملاحظة// عندما نضع الاجزاء التخيلية في القوس الثاني يكتب (i) خارج القوس بأعتباره عامل مشترك.

1- $\quad \overset{c_1}{3 + 5i}\ ,\quad \overset{c_2}{2 - i}$

$c_1 + c_2$

$= (3 + 5i) + (2 - i)$

$= (3 + 2) + (5 - 1)i$

$= 5 + 4i$

2- $\quad \overset{c_1}{6 + 7i}\ ,\quad \overset{c_2}{12 + i}$

$c_1 + c_2$

$= (6 + 7i) + (12 + i)$

$= (6 + 12) + (7 + 1)i$

$= 18 + 8i$

3- $\overset{c_1}{1 - i}$, $\overset{c_2}{1 + i}$

$c_1 + c_2$
$= (1 - i) + (1 + i)$
$= (1 + 1) + (-1 + 1)i$
$= 2 + 0i$

4- $\overset{c_1}{6 + 2i}$, $\overset{c_2}{3 - 5i}$

$c_1 + c_2$
$= (6 + 2i) + (3 - 5i)$
$= (6 + 3) + (2 - 5)i$
$= 9 - 3i$

5- $\overset{c_1}{\sqrt{-25}}$, $\overset{c_2}{4 + 2i}$

$C_1 = 0 + 5i$

$c_1 + c_2$
$= (0 + 5i) + (4 + 2i)$
$= (0 + 4) + (5 + 2)i$
$= 4 + 7i$

6- $\overset{c_1}{18i}$, $\overset{c_2}{2i}$

$c_1 + c_2$
$= (0 + 18) + (0 + 2i)$
$= (0 + 0) + (18 + 2)i$
$= 0 + 20i$

ثانيا) خاصيه الطرح :-

١- نحدد صيغتي العدد المركب.
٢- نحدد نوع العملية.
٣- كتابة العملية $(c_1 - c_2)$ تعويض قيمة كل صيغة.
٤- تقلب علامة الطرح الى جمع.
٥- يكتب النضير الجمعي للصيغة الثانية (عكس اشارات القوس الثاني).
٦- نقوم بكتابة قوسين الاشارة بينهما $(+)$.
٧- نضع في القوس الاول الأجزاء الحقيقية مع اشارتها و نضع في القوس الثاني الأجزاء التخيلية مع اشارتها.
(تكتب (i) خارج قوس كعامل مشترك).

1-
$c_1 \qquad c_2$
$2 + 5i \quad , \quad 3 - i$
$c_1 - c_2$
$= (2 + 5i) - (3 - i)$
$= (2 + 5i) + (-3 + i)$
$= (2 - 3) + (5 + 1)i$
$= -1 + 6i$

2-
$c_1 \qquad c_2$
$6 + 8i \quad , \quad -5 - 2 = i$
$c_1 - c_2$
$= (6 + 8i) - (-5 - 2i)$
$= (6 + 8i) + (5 + 2i)$
$= (6 + 5) + (8 + 2)i$
$= 11 + 10i$

3-
$c_1 \qquad c_2$
$1 - i \quad , \quad -1 + i$
$c_1 - c_2$
$= (1 - i) - (-1 + i)$
$= (1 - i) + (1 - i)$
$= (1 + 1) + (-1 - 1)i$
$= 2 - 2i$



ثالثا) خاصية ضرب الأعداد المركبة:

A- ضرب حد في مقدار:

١- كل قوس يعني عملية ضرب.
٢- استخدام خاصية الضرب التوزيعي.
٣- يضرب الحد خارج القوس في الحد الأول و الحد الثاني داخل القوس.
٤- مراعاة الأشارة عند الضرب.
٥- اينما وجدت (i^2) تحذف وتقلب اشارة الحد.

ملاحظة/ عند ضرب حد في مقدار تنتهي العملية الحسابية لفتح القوس بالضرب فقط.

1. $2(3+i)$
$= 6 + 2i$

2. $5i(2-4i)$
$= 10i - 20i^2$
$= 10i + 20$
$= 20 + 10i$

3. $6(1-i)$
$= 6 - 6i$

4. $i(3+i)$
$= 3i + i^2$
$= 3i - 1$
$= -1 + 3i$

5. $2(4-i)$
$= 8 - 2i$

B- ضرب مقدار x مقدار:

١- نحدد المقدارين على ان لا تكون بينهما اشارة.
٢- استخدام خاصية الضرب التوزيعي كالآتي:
٣- يضرب الحد الاول من المقدار الاول x الحد الاول و الثاني من المقدار الثاني مع مراعاة الاشارة.
٤- يضرب الحد الثاني من المقدار الأول x الحد الاول و الثاني من المقدار الثاني مع مراعاة الاشارة.
٥- اينما وجدت (i^2) تحذف و تقلب اشارة الحد.
٦- يبسط الناتج عن طريق الجمع و الطرح الحدود المتشابهة.

1- $(2+3i^2)(5+i)$
$= (2-3)(5+i)$
$= (-1)(5+i)$
$= -5-i$

2- $(6+2i)(4-i)$
$= 24-6i+8i-2i^2$
$= 24+2i+2$
$= 26+2i$

3- $(7+3)(5+2i)$
$= 10\,(5+2i)$
$= 50+20i$

لا يمثل مقدار لان الحدودمتشابهة ويمكن جمعها

C- ضرب الاعداد المترافقة:

١- العدد المرافق هو نفس العدد بعكس اشارة الجزء التخيلي فقط.
٢- عند ضرب عددان مترافقان يكون ناتج الضرب خالي من (i)
(مربع الحد الثاني) + (مربع الحد الاول)
٣- نجمع الحدود المتشابهة.
٤- تتميزالاعداد المترافقة عند الضرب ان الناتج هو جزء حقيقي فقط.

ملاحظة// يستفاد من هذه الخاصية للتخلص من (i) الموجودة في المقام

1- $(1+i)(1-i)$
$= 1+1$
$= 2$

2- $(-6+7i)(6-7i)$

ليست مترافقة لاختلاف اشارة الجزء التخيلي ايضا

$(3-5i)(3+5i)$
$= -36+42i+42i-49i^2$
$= -36+84i+49$
$= 13+84i$

3- $(3-5i)(3+5i)$
$= 9+25$
$= 34$

4- $(-5+6i)(-5-6i)$
$= 25+36$
$= 61$

5- $(6+7i)(6-7i)$
$= 36+49$
$= 85$

س/ اثبت ان: $(1-i)(1-i^2)(1-i^3) = 4$

الطرف الأيسر $(1-i)(1+1)(1+i)$
$(1-i)(2)(1+i)$
$2\,(1-i)(1+i)$
$2\,(1+1)$
$2\,(2)$
$= 4$ الطرف الأيمن

L. H. S=R. H. S

ملاحظة// العدد المرافق:- يتميز العدد المرافق بأن:- $(\div \quad \times + \quad -)$

$$\overline{C_1}\,(- \ + \times \ \div)\,\overline{C_2} = \overline{C_1 \ (- \ + \times \ \div) \ C_2}$$

ملاحظة// عندما يكون مرافق العدد بشكل منفصل نجد المرافق قبل البدء بالعملية الحسابية.

ملاحظة// عندما يكون مرافق العدد بشكل متصل نجد ناتج العملية الحسابية و من ثم نجد عدد المرافق للناتج.

س/ اذا كانت $C_2 = 4 - 7i$, $C_1 = 3 + 4i$

اثبت ان

$$\overline{C_1} + \overline{C_2} = \overline{C_1 + C_2}$$

$$\overline{(3+4i)} + \overline{(4-7i)} = \overline{(3+4i)+(4-7i)}$$

$$(3-4i) + (4+7i) =$$

$$(3+4) + (-4+7)i = \overline{(3+4)+(4-7)i}$$

$$7 + 3i$$

$$= \overline{7-3i}$$

$$= 7 + 3i$$

$$\text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

س/ اذا كان $Z = (\cos\theta + i\sin\theta)$ اثبت ان $(1+\overline{Z})Z = 1 + Z$

$$= \left[1 + \overline{(\cos\theta + i\sin\theta)}\right](\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$= [1 + (\cos\theta - i\sin\theta)](\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$= (\cos\theta + i\sin\theta) + (\cos\theta - i\sin\theta)(\cos\theta + i\sin\theta)$$

مترافقة

$$= (\cos\theta + i\sin\theta) + (\cos^2\theta - i^2\sin^2\theta)$$

$$= (\cos\theta + i\sin\theta) + (\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$
قانون ذهبي

$$= (\cos\theta + i\sin\theta) + 1$$

$$= Z + 1$$

$$= 1 + Z$$

L.H.S=R.H.S

اثبت ان:

$$C_1 = (3+5i) \ , C_2 = (8-2i)$$

$$\overline{C_1} - \overline{C_2} = \overline{C_1 - C_2}$$

$$\overline{(3+5i)} - \overline{(8-2i)} = \overline{(3+5i) - (8-2i)}$$

$$(3-5i) - (8+2i)$$

$$(3-5i) + (-8-2i) = \overline{(3+5i) + (-8+2)i}$$

$$(3-8) + (-5-2)i$$

$$-5-7i = \overline{(3-8)+(5+2)i}$$

$$= \overline{-5+7i}$$

$$= -5-7i$$

$$L.H.S = R.H.S$$

النضير الضربي للأعداد المركبة

١ـ يقصد بالنضير الضربي بشكل عام هو مقلوب العدد (مقلوب المقدار).
٢ـ لكي يكون الناتج هو العنصر المحايد لعملية الضرب (الواحد) يضرب العدد في مقلوبه.

ملاحظة// عند الضرب يمكن الاختصار بين البسط و المقام.

٣ـ عند كتابة النضير الضربي لأي عدد مركب يقلب العدد.
٤ـ عندما يقلب العدد المركب يتكون لدينا (i) في المقام.
٥ـ من عيوب الأعداد المركبة (i) بالمقام.
٦ـ يجب التخلص من (i) الموجودة في المقام
٧ـ نتخلص من (i) الموجودة في المقام باتباع الخطوات التالية:
a) تحديد العدد المركب في المقام.
b) ايجاد مرافق العدد للمقام.

ملاحظة// مرافق العدد هو نفس العدد بعكس اشارة الجزء التخيلي فقط.

c) اذا وجد بالمقام جزء تخيلي فقط فأن مرافقه هو سالب الجزء التخيلي.

d) يضرب البسط و المقام في مرافق المقام.

e) يضرب البسط بأستخدام خاصية الضرب التوزيعي.

ملاحظة// اينما وجدت (i^2) تحذف و تقلب اشارة الحد.

f) يضرب المقام باستخدام خاصية ضرب الأعداد و المترافقة $(a^2 + b^2)$

٨- بعد عملية الضرب للبسط و المقام اذا كانت جميع الحدود تقبل القسمة على نفس الرقم نقوم بعملية الاختصار بين البسط و المقام.

٩- اذا كان احد الحدود او اكثر لا يقبل القسمة على نفس الرقم نقوم بعملية تجزئة الكسر الى جزئين جزء حقيقي و جزء تخيلي لها نفس المقام.

ملاحظة// في جميع اسئلة الاعداد المركبة اينما وجد كسر يحتوي على (i) في المقام يجب ان نعيد الصيغة الى الصيغة الاعتيادية للعدد المركب.

س/ جد النظير الضربي للأعداد المركبة: -

1) $5 + 5i$

$$C = \frac{1}{C}$$

$$= \frac{1}{5 + 5i} \cdot \frac{5 - 5i}{5 - 5i}$$

$$= \frac{5 - 5i}{25 + 25}$$

$$= \frac{5 - 5i}{50}$$

$$= \frac{1 - i}{10}$$

$$= \frac{1}{10} - \frac{1}{10}i$$

2) $1 + i$

$$C = \frac{1}{C}$$

$$= \frac{1}{1 + i} \cdot \frac{1 - i}{1 - i}$$

07736982455

$$= \frac{1-i}{1+1}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

3) $2+2i$

$$C = \frac{1}{C}$$

$$= \frac{1}{2+2i} \cdot \frac{2-2i}{2-2i}$$

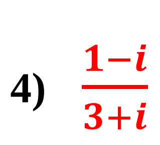
$$= \frac{2-2i}{4+4}$$

$$= \frac{2-2i}{8}$$

$$= \frac{2}{8} - \frac{2}{8}i$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$$





4) $\frac{1-i}{3+i}$

$$C = \frac{1}{C}$$

$$= \frac{3+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i}$$

$$= \frac{3+3i+i+i^2}{1+1}$$

$$= \frac{3+4i-1}{2}$$

$$= \frac{2+4i}{2}$$

$$= 1+2i$$

س/ جد ناتج: $\frac{-4-2i}{i}$

الحل/

$$C = \frac{-4-2i}{i}$$
$$= \frac{-4-2i}{i} \cdot \frac{-i}{-i}$$
$$= \frac{4i+2i^2}{1}$$
$$= 4i-2$$
$$= -2+4i$$

ملاحظة بسيطة جدا لكن مهمة جدا جدا:-

- الأقواس المرفوعة الى اس.

١. عند وجود قوس مرفوع الى اس (2) يستخدم قانون مربع حدانية لفتح القوس.

٢. قانون مربع الحدانية كالتالي:-

[مربع الاول] [نفس الاشارة] x2 [الحد الاول] x [الحد الثاني] + [مربع الحد الثاني]

ex) $(3+x)^2$

$= 9+6x+x^2$ (+)دائما

ex) $(-5+x)^2$

$= 25-10x+x^2$

٣. اينما وجدت (i^2) تحذف و تقلب اشارة الحد.

٤. عند وجود قوس مرفوع الى اس نتبع الخطوات التالية.

07736982455

a) اذا كان داخل القوس صيغة غير اعتيادية للعدد المركب يجب ان تقوم بتبسيط داخل القوس:-

b) التبسيط هو:[اذا وجد كسر يحتوي على عدد مركب في المقام يجب ان نتخلص من (i) الموجودة في المقام، اذا وجد داخل القوس (i^2) او (i^3) أو (i) مرفوع الى اي اس اكبر من (3) تبسيط (i)]

٥. يبسط الاس (اذا كان الاس اكبر من 2).

يبسط الاس بأحد الطرق:-

a) بأستخدام خاصية عند الرفع تضرب الاسس:-

$$\text{ex)}(1+10)^{10}$$
$$=[(1+10)^2]^5$$

b) استخدام خاصية عند الضرب تجمع الاسس:-

$$\text{ex)}(3+7i)^5$$
$$=(\quad)^2,(\quad)^2,(\quad)^1$$

or

$$=((\quad)^2)^2\ \ (\qquad\qquad)^1$$

$$\text{ex)}(\quad)^{17}$$
$$=[(\quad)^2]^8(\quad)^1$$

سؤال اثرائي:-

ex) $(50+48i^2-1)^{13522}$

$=(49-48)^{13522}$

$=(1)^{13522}$

$=1$

الهدف من حل هذا السؤال ان نتعلم انه

تبسيط داخل القوس قبل ان نبسط الاس

يسهل الحل

س/ جد ناتج:-

1) $(5+i)^2$

$=25+10i+i^2$

$=25+10i-1$

$=24+10i$

2) $(1-i)^2$

$=1-2i+i^2$

$=1-2i-1$

$=-2i$

3) $(6+i)^4$

$=[(6+i)^2]^2$

$=[36+12i+i^2]^2$

$=(36+12i-1)^2$

$=(35+12i)^2$

$=1225+840i+144i^2$

$=1225+840\text{i}-144$

$=1081+840i$

س/ جد ناتج:-

1) $\left(\frac{3-i}{1+i}\right)^3$

$$= \left(\frac{3-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}\right)^3$$

$$= \left(\frac{3-3i-i+i^2}{1+1}\right)^3$$

$$= \left(\frac{3-4i-1}{2}\right)^3$$

$$= \left(\frac{2-4i}{2}\right)^3$$

$$= (1-2i)^3$$

$$= (1-2i)^2(1-2i)$$

$$= (1-4i+4i^2)(1-2i)$$

$$= (1-4i-4)(1-2i)$$

$$= (-3-4i)(1-2i)$$

$$= -3+6i-4i+8i^2$$

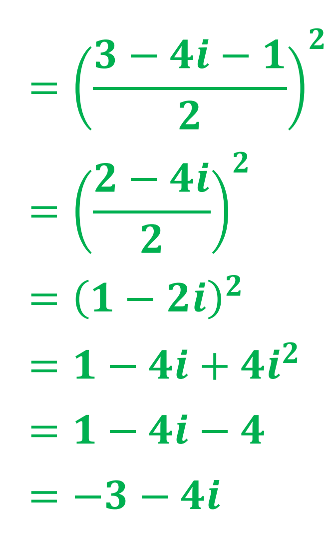
$$= -3+2i-8$$

$$= -11+2i$$

2) $\left(\frac{3-i}{1+i}\right)^2$

$$= \left(\frac{3-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3-3i-i+i^2}{1+1}\right)^2$$



$$= \left(\frac{3 - 4i - 1}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2 - 4i}{2}\right)^2$$

$$= (1 - 2i)^2$$

$$= 1 - 4i + 4i^2$$

$$= 1 - 4i - 4$$

$$= -3 - 4i$$



ملاحظة// عند ضرب كسرين يحتوي احدهما و كلاهما على (i) في المقام نقوم بعملية الضرب و نجد الناتج ثم نتخلص من (i) الموجودة في مقام الناتج.

ملاحظة// اذا كانت صيغة السؤال اثبت ان نبدأ الحل بالطرف الايسر و ينتهي الحل بالطرف الايمن.

س/ اثبت ان $\frac{(1-i)^2}{1+i} + \frac{(1+i)^2}{1-i} = -2$

الطرف الايسر $\frac{(1-i)^2}{1+i} + \frac{(1+i)^2}{1-i}$

$$\frac{1-2i+i^2}{1+i} + \frac{1+2i+i^2}{1-i}$$

$$\frac{1-2i-1}{1+i} + \frac{1+2i-1}{1-i}$$

$$\frac{-2i}{1+i} + \frac{2i}{1-i}$$

$$\frac{-2i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} + \frac{2i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i}$$

$$\frac{-2i+2i^2}{1+1} + \frac{2i+2i^2}{1+1}$$

$$\frac{-2i-2}{2} + \frac{2i-2}{2}$$

$$-i-1+i-1$$

$$= -2$$ الطرف الايمن

L. H. S = R. H. S

ملاحظة/ اذا تساوت الجزئين الحقيقين تساوت اجزاؤها التخيلية و العكس الصحيح.

$$a + bi = a + bi$$

$$a = a$$

$$bi = bi$$

ايجاد قيمة (x , y) الحقيقيتين

تأتي صيغة السؤال بثلاث انواع مختلفة:-

الصيغة الاولى

هي الصيغة التي تكون فيها قيم (x) أو (y) أو (x , y) حقيقية فقط او تخيلية فقط.

١) نحدد المعادلة في السؤال.

٢) نبسط المعادلة اذا تطلب ذلك.

٣) المقصود بعملية التبسيط هي (التخلص من (i) الموجودة في المقام ان وجدت، حذف (i^2) و قلب اشارة الحد، اذا وجدت عملية الجمع او طرح نقوم بعملية الجمع او الطرح، اذا وجدت قوسين لا توجد بينهما اشارة تستخدم خاصية الضرب التوزيعي، اذا وجد سالب داخل الجذر...)

٤) ترتيب المعادلة المقصود بترتيب المعادلة هو (وضع الأجزاء الحقيقية وبعدها الأجزاء التخيلية مع الاحتفاظ بالاشارة).

٥) نحدد الأجزاء الحقيقية و التخيلية في كل طرف.

٦) نساوي الجزء الحقيقي بالجزء الحقيقي.

٧) نساوي الجزء التخيلي بالجزء التخيلي مع حذف (i).

س/ جد قيمتي R ∋ (x , y)

1) $\frac{3+i}{1-i} = x + yi$

$\frac{3+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i} = x + yi$

$\frac{3+3i+i+i^2}{1+1} = x + yi$

$\frac{3+4i-1}{2} = x + yi$

$\frac{2+4i}{2} = x + yi$

$1 + 2i = x + yi$

$x = 1 , y = 2$

$S(1 , 2)$

2) $x + i = 2 - yi$

$x + i = 2 - yi$

$x = 2$

$-y = 1 \qquad \div -1$

$y = -1$

$S\ (2, -1)$

3) $25x + yi + 5 = 10 - 2i$

$25x + 5 + yi = 10 - 2i$

$25x + 5 = 10$

$25x = 10 - 5$

$$\frac{25x}{25} = \frac{5}{25}$$

$$x = \frac{1}{5}$$

$$y = -2$$

$$S\left(\frac{1}{5}, -2\right)$$

4) $2x - 1 + 2i = 1 + (y + 1)i$

$$\underbrace{2x - 1}_{a} + \underbrace{2i}_{b} = \underbrace{1}_{a} + \underbrace{yi + i}_{b}$$

$$2x - 1 = 1$$

$$2x = 1 + 1$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$$

$$x = 1$$

$$y + 1 = 2$$

$$y = 2 - 1$$

$$y = 1$$

$$S\ (1, 1)$$

5) $\underbrace{3x}_{a} + \underbrace{4i}_{b} = \underbrace{2}_{a} + \underbrace{8yi}_{b}$

$$3x = 2 \quad] \div 3$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$4 = 8y \quad] \div 8$$



$$y=\frac{4}{8}$$

$$y=\frac{1}{2}$$

$$S\left(\frac{2}{3},\frac{1}{2}\right)$$

الصيغة الثانية

هي الصيغة التي تكون فيها قيم (x) او قيمة (y) او قيم (x, y) حقيقية او تخيلية.

١) **نحدد المعادلة في السؤال.**

٢) **تبسط المعادلة اذا تطلب ذلك.**

٣) **المقصود بالتبسيط هو (اذا وجدت (i^2) تحذف و تقلب اشارة الحد، اذا وجد قوس مرفوع الى اس يفتح الأس، اذا وجدت عملية جمع او طرح نقوم بعملية الجمع او الطرح، اذا وجدت قوسين لا توجد بينهما اشارة تستخدم خاصية الضرب التوزيعي).**

٤) **نحدد الأجزاء الحقيقية و التخيلية في كل طرف.**

٥) **الجزء الحقيقي يساوي الجزء الحقيقي بعد التبسيط تمثل معادلة رقم واحد.**

٦) **التخيلي يساوي التخيلي معادلة رقم (2) (بعد التبسيط).**

٧) **تحل المعادلتين انيا (بالحذف أو التعويض).**

٨) **الحل بالتعويض نعوض احد المعآدلتين في المعآدلة الأخرى و نجد قيمة احد المتغيرات اما (x) او (y).**

٩) **بعد ايجاد قيمة احد المتغيرات نعوض قيمة المتغير في احد المعادلتين (الاسهل).**

١٠) **بعد تعويض قيمة المتغير في المعادلة الأسهل نجد قيمة المتغير الأخر.**

١١) **كتابة مجموعة الحل.**

س/ جد قيمة كل من (x , y) الحقيقيتين التي تحقق المعادلة التالية:-

1) $y + 5i = (2x + i)(x + 2i)$

$y + 5i = 2x^2 + 4xi + xi + 2i^2$

$y + 5i = 2x^2 + 5xi - 2$

$y + 5i = 2x^2 - 2 + 5xi$

$y = 2x^2 - 2 \ldots\ldots\ldots (1)$

$5x = 5$

$x = 1$

$x = 1$

$y = 2x^2 - 2$

نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (1)

$y = 2(1)^2 - 2$

$y = 2(1) - 2$

$y = 2 - 2$

$y = 0$

$S\ (1, 0)$

س/ جد قيمة كل من (x , y) الحقيقيتين التي تحقق المعادلة التالية:-

$$\left(\frac{2-i}{1+i}\right)x + \left(\frac{3-i}{2+i}\right)y = \frac{1}{i}$$

$$\left(\frac{2-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}\right)x + \left(\frac{3-i}{2+i} \cdot \frac{2-i}{2-i}\right)y = \frac{1}{i} \cdot \frac{-i}{-i}$$

$$\left(\frac{2-2i-i+i^2}{1+1}\right)x+\left(\frac{6-3i-2i+i^2}{4+1}\right)y=\frac{-i}{1}$$

$$\left(\frac{2-3i-1}{2}\right)x+\left(\frac{6-5i-1}{5}\right)y=-i$$

$$\left(\frac{1-3i}{2}\right)x+\left(\frac{5-5i}{5}\right)y=-i$$

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i\right)x+\left(\frac{5}{5}-\frac{5}{5}i\right)y=-i$$

$$\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}xi-y-yi=-i$$

$$\frac{1}{2}x+y-\frac{3}{2}xi-yi=0-i$$

$$\frac{1}{2}x+y=0$$

$$y=\frac{-1}{2}x\;\ldots\ldots\ldots.(1)$$

$$-\frac{3}{2}x-y=-1$$

$$y=\frac{-3}{2}x+1\;\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$

نعوض معادلة (1) في معادلة رقم (2)

$$\frac{-1}{2}x=\frac{-3}{2}x+1$$

$$\frac{-1}{2}x=\frac{-3}{2}x+1$$

$$\frac{-1}{2}x+\frac{3}{2}x=1$$

$$\frac{-1+3}{2}x=1$$



$$\frac{2}{2}x = 1$$

$$x = 1$$

نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (1) لإيجاد قيمة (y)

$$y = -\frac{1}{2}x$$

$$y = -\frac{1}{2}(1)$$

$$y = -\frac{1}{2}$$

$$S\ (1, -\frac{1}{2})$$

س/ جد قيمتي $(x, y) \in R$ الحقيقيتين:-

$$8i = (x + 2i)(y + 2i) + 1$$

$$(x + 2i)(y + 2i) + 1 = 8i$$

$$(x + 2i)(y + 2i) = -1 + 8i$$

$$xy + 2xi + 2yi + 4i^2 = -1 + 8i$$

$$xy + 2xi + 2yi - 4 = -1 + 8i$$

$$xy + 2xi + 2yi = -1 + 8i + 4$$

$$xy + 2xi + 2yi = 3 + 8i$$

$$xy = 3$$

$$x = \frac{3}{y} \ldots \ldots \ldots (1)$$

$$2x + 2y = 8 \div 2$$



$x + y = 4 \dots .(2)$

نعوض معادلة رقم (1) في معادلة رقم (2)

$\frac{3}{y} + y = 4] * y$

$3 + y^2 = 4y$

$y^2 - 4y + 3 = 0$

$(y - 3)(y - 1) = 0$

أما $y - 3 = 0$

$y = 3$

أو $y - 1 = 0$

$y = 1$



نعوض قيمة (y) في معادلة رقم (1) عندما y=3

$x = \frac{3}{y}$

$x = \frac{3}{3}$

$x = 1$

$S\ (1, 3)$

عندما y=1

$x = \frac{3}{y}$

$x = \frac{3}{1}$

$x = 3$

$S\ (3, 1)$

س/ جد قيمتي x , y الحقيقيتين:-

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)+(x+yi)=(1+2i)^2$$

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}\right)+(x+yi)=(1+4i+4i^2)$$

$$\left(\frac{1-i-i+i^2}{1+1}\right)+(x+yi)=(1+4i-4)$$

$$\left(\frac{1-2i-1}{2}\right)+(x+yi)=(-3+4i)$$

$$\frac{-2i}{2}+x+yi=-3+4i$$

$$-i+x+yi=-3+4i$$

$$x+yi-i=-3+4i$$

$$x=-3$$

$$y-1=4$$

$$y=4+1$$

$$y=5$$

$$S\ (-3,5)$$



الصيغة الثالثة

اذا ذكر في السؤال كلمة مترافقان وطلب ايجاد قيمة x , y الحقيقيتين.

١) نحدد صيغتا العدد المركب في السؤال.

٢) نحدد في السؤال كلمة مترافقان

٣) نحدد صيغة (سهلة) و يكتب مرافقها.

٤) نساوي الصيغتان

٥) ايجاد حاصل ضرب الطرفين في الوسطين.

ملاحظة//يمكن استخدام خاصية القسمة على معامل المجهول

ملاحظة// يمكن ان يكون معامل المجول مقدار وليس حد.

٦) اذا وجدت (i) في المقام نتخلص من (i) يضرب في مرافقها.

٧) اذا وجدت (i^2) تحذف و تقلب اشارة الحد.

٨) الحقيقي يساوي الحقيقي و التخيلي يساوي التخيلي.

٩) كتابة مجموعة الحل.

س/ جد قيم $x , y \in R$ اذا علمت ان (الصيغتان مترافقتان):

1) $\frac{3+i}{2-i} , \frac{6}{x+yi}$

$\frac{3-i}{2+i}$

$\frac{6}{x+yi} = \frac{3-i}{2+i}$

$(3-i)(x+yi) = 6(2+i)$

$(3-i)(x+yi) = 12+6i$

$\overline{(3-i)} \quad \overline{(3-i)}$

$$(x+yi) = \frac{12+6i}{3-i} \cdot \frac{3+i}{8+i}$$

$$(x+yi) = \frac{36+12i+18i+6i^2}{9+1}$$

$$x+yi = \frac{36+30i-6}{10}$$

$$x+yi = \frac{30+30i}{10}$$

$$x+yi = 3+3i$$

$$x = 3$$

$$y = 3$$

$$S\,(3,3)$$

2) $\frac{x-yi}{1+5i} \quad . \quad \frac{3-2i}{i}$

$$\frac{x-yi}{1+5i}$$

$$\frac{x+yi}{1-5i} = \frac{3-2i}{i}$$

$$(x+yi)i = (3-2i)(1-5i)$$

$$xi+yi^2 = 3-15i-12i+10i^2$$

$$-y+xi = 3-17i-10$$

$$-y+xi = -7-17i$$

$$-y = -7$$

$$y = 7$$

$$x = -17$$

$$S\,(-17,7)$$

1) اذا كان $a+bi = \frac{2+i}{1-i}$ اثبت ان $2(a^3+b^3) = 7$

$$a+bi=\frac{2+i}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}$$

$$a+bi=\frac{2+2i+i+i^2}{1+1}$$

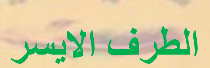
$$a+bi=\frac{2+3i-1}{2}$$

$$a+bi=\frac{1+3i}{2}$$

$$a+bi=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$$

$$a=\frac{1}{2}$$

$$b=\frac{3}{2}$$



الطرف الايسر

$$2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]$$

$$2\left[\frac{1}{8}+\frac{27}{8}\right]$$

$$2\left[\frac{28}{8}\right]$$

$$\frac{28}{4}=7$$

الطرف الايمن

L. H. S = R. H. S

2) اذا كانت $x=2i-1$

جد قيمة x^2+2x+6

$$(2i-1)^2+2(2i-1)+6$$

$= (4i^2 - 4i + 1) + 4i - 2 + 6$

$= -4 - 4i + 1 + 4i - 2 + 6$

$= -4 + 5$

$= 1$

3) $x = 2 + 3i \ , \ y = 3 - i$ اذا كانت

جد قيمة $x^2 + 2y^2$

$x^2 + 2y^2$

$= (2 + 3i)^2 + 2(3 - i)^2$

$= (4 + 12i + 9i^2) + 2(9 - 6i + i^2)$

$= (4 + 12i - 9) + 2(9 - 6i - 1)$

$= (4 + 12i - 9) + 2(8 - 6i)$

$= (-5 + 12i) + (16 - 12i)$

$= -5 + 16$

$= 11$

4) $\frac{x^3+y^3i}{x^2+xyi-y^2} = (2+3i)(1-i)$ $(x, y) \in R$ جد قيمة

$\frac{x^3-y^3i^3}{x^2+xyi-y^2} = 2 - 2i + 3i - 3i^2$

$\frac{(x - yi)(x^2 + xyi + y^2i^2)}{x^2 + xyi - y^2} = 2 + i + 3$

$\frac{(x - yi)(x^2 + xyi - y^2)}{(x^2 + xyi - y^2)} = 5 + i$

$x - yi = 5 + i$

$x = 5$

$-y = 1 \quad] * -1$

$y = -1$

$S\ (5, -1)$

(1990) س/ ضع بالصيغة الاعتيادية للعدد المركب:-

$$(1 + 3i)^2 + (3 - 2i)^2$$

$$= (1 + 6i + 9i^2) + (9 - 12i + 4i^2)$$

$$= (1 + 6i - 9) + (9 - 12i - 4)$$

$$= (-8 + 6i) + (5 - 12i)$$

$$= -3 - 6i$$

(1990) س/ ضع بالصيغة الاعتيادية للعدد المركب:-

$$\left(\frac{3 - i}{1 + i}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3 - i}{1 + i} \cdot \frac{1 - i}{1 - i}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3 - 3i - i + i^2}{1 + 1}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3 - 4i - 1}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2 - 4i}{2}\right)^2$$

$$= (1 - 2i)^2$$

$$= 1 - 4i + 4i^2$$

$= 1 - 4i - 4$

$= -3 - 4i$

(2002) س/ ضع ما يأتي بالصيغة الاعتيادية للعدد المركب ثم جد نضيره الضربي:-

$(-2 + i)(3 + 2i)$

$= -6 - 4i + 3i + 2i^2$

$= -6 - i - 2$

$-8 - i$

$C' = \frac{1}{-8 - i}$

$= \frac{1}{-8 - i} * \frac{-8 + i}{-8 + i}$

$= \frac{-8 + i}{64 + 1}$

$= \frac{-8 + i}{65}$

$= \frac{-8}{65} + \frac{1}{65} i$

(2003) س/ جد النضير الضربي للعدد المركب $3+5i$ ثم ضعه بالصورة الاعتيادية:-

$3 + 5i$

$c' = \frac{1}{3 + 5i}$

$= \frac{1}{3 + 5i} * \frac{3 - 5i}{3 - 5i}$

$$= \frac{3-5i}{9+25}$$

$$= \frac{3-5i}{34}$$

$$= \frac{3}{34} - \frac{5}{34}i$$

(2000) س/ جد الصيغة الاعتيادية للعدد المركب:-

$$(1-\sqrt{3}i)^2 - (2-\sqrt{3}i)^2$$

$$= (1-2\sqrt{3}i+3i^2) - (4-4\sqrt{3}i+3i^2)$$

$$= (1-2\sqrt{3}i-3) - (4-4\sqrt{3}i-3)$$

$$= (-2-2\sqrt{3}i) - (1-4\sqrt{3}i)$$

$$= (-2-2\sqrt{3}i) + (-1+4\sqrt{3}i)$$

$$= -3+2\sqrt{3}i$$

س/ اذا كان $x = (3+2i)$, $y = (1-i)$ اثبت ان $\overline{x+y} = \bar{x} + \bar{y}$

الحل//

الطرف الايسر $\overline{x+y}$

$$= \overline{(3+2i)+(1-i)}$$

$$= \overline{4+i}$$

$$= 4-i$$

الطرف الايمن $\bar{x} + \bar{y}$

$$= \overline{(3+2i)} + \overline{(1-i)}$$

$$= (3-2i) + (1+i)$$

$$= 4-i$$

$$L.H.S = R.H.S$$

07736982455

س/ حل معادلة في C $Z^4 + 13Z^2 + 36 = 0$

الحل//

$(Z^2 + 9)(Z^2 + 4) = 0$

إما $Z^2 + 9 = 0$

$Z^2 = -9$

$Z = \sqrt{-9}$

$Z = \mp 3i$

أو $Z^2 + 4 = 0$

$Z^2 = -4$

$Z = \sqrt{-4}$

$Z = \mp 2i$

(2011) س/ ضع المقدار $\frac{(1-i)^{13}}{64}$ بالصيغة الاعتيادية للعدد المركب:-

الحل//

$$\frac{(1-i)^{13}}{64}$$

$$= \frac{(1-i)^{12}(1-i)}{64}$$

$$= \frac{[(1-i)^2]^6(1-i)}{64}$$

$$= \frac{(1-2i+i^2)^6(1-i)}{64}$$

$$= \frac{(1-2i-1)^6(1-i)}{64}$$

$$= \frac{(-2i)^6(1-i)}{64}$$

$$= \frac{64i^6(1-i)}{64}$$

$$= \frac{-64\,(1-i)}{64}$$

$$= -1 + i$$

س/ اذا كان $c_1 = 7 - 4i$, $c_2 = 2 - 3i$ اثبت ان $\overline{\left(\frac{c_1}{c2}\right)} = \frac{\overline{c_1}}{c_2}$

طرف ايمن

$$= \frac{\overline{7-4i}}{2-3i}$$

$$= \frac{7+4i}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i}$$

$$= \frac{14-21i+8i+12i^2}{4+9}$$

$$= \frac{14-13i+12}{13}$$

$$= \frac{26-13i}{13}$$

$$= \frac{26}{13} - \frac{13}{13}i$$

$$= 2 - i$$

طرف ايسر

$$= \overline{\left(\frac{7-4i}{2-3i}\right)}$$

$$= \overline{\left(\frac{7-4i}{2-4i} \cdot \frac{2+3i}{2+3i}\right)}$$

$$= \overline{\left(\frac{14+21i-8i-12i}{4+9}\right)}$$

$$= \overline{\left(\frac{14+13i+12}{13}\right)}$$

$$= \overline{\left(\frac{26+13i}{13}\right)}$$

$$= \overline{\left(\frac{26}{13} + \frac{13}{13}i\right)}$$

$$= 2 - i$$

$$L.H.S = R.H.S$$

(1998) س/ جد قيمة $(x, y) \in R$ التي تحقق المعادله

$$(3x+2yi)^2 = \frac{200}{4+3i}$$

$$9x^2+12xyi+4y^2i^2 = \frac{200}{4+3i} \cdot \frac{4-3i}{4-3i}$$

$$9x^2+12xyi-4y^2 = \frac{800-600i}{16+9}$$

$$9x^2-4y^2+12xyi = \frac{800-600i}{25}$$

$$9x^2-4y^2+12xyi = 32-24i$$

$$9x^2-4y^2 = 32 \ldots\ldots (1)$$

$$12xy = -24 \quad]\div 12$$

$$xy = -2 \quad]\div y$$

$$x = \frac{-2}{y} \ldots\ldots (2)$$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$$9x^2-4y^2 = 32$$

$$9\left(\frac{-2}{y}\right)^2 - 4y^2 = 32$$

$$9\left(\frac{4}{y^2}\right)^2 - 4y^2 = 32$$

$$\frac{36}{y^2} - 4y^2 = 32 \quad] * y^2$$

$$36-4y^4 = 32y^2$$

$$4y^4+32y^2-36 = 0 \quad]\div 4$$

$$y^4 + 8y^2 - 9 = 0$$

$$(y^2 + 9)(y^2 - 1) = 0$$

أما $y^2 + 9 = 0$

$y^2 = -9$ يهمل

أو $y^2 - 1 = 0$

$$y^2 = 1$$

$$y = \mp 1$$

نعوض قيمة (y) في معادلة رقم (2) لأيجاد قيمة (x)

عندما $y = 1$

$$x = \frac{-2}{y}$$

$$x = \frac{-2}{1}$$

$= -2$ $\quad S\,(-2, 1)$

عندما $y = -1$

$$x = \frac{-2}{y}$$

$$x = \frac{-2}{-1}$$

$x = 2$ $\quad S\,(2, -1)$

الجذور التربيعية

اولا) ايجاد الجذور التربيعية للمعادلة

A- اذا كانت صيغة السؤال تتكون من جزء حقيقي فقط نقوم مباشرة بجذر الطرفين.

١. نحدد الصيغة المعطاة في السؤال.
٢. نحدد وجود جزء حقيقي فقط.
٣. نقوم بجذر الطرفين.
٤. كل سالب تحت الجذر يقلب الى (i).
٥. كل رقم يخرج من تحت الجذر له قيمتان احداهما موجبة والأخرى سالبة.
٦. يمكن حل السؤال بأستخدام خاصية الجذر التربيعي اذا تكون من حدين فقط.
٧. يمكن حل السؤال بالتجربة او قانون الدستور (يذكر قانون الدستور لاحقا).
اذا تكونت الصيغة من ثلاثة حدود.

س/ جد الجذور التربيعية:-

1. -25

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{-25}$$

$$c = \mp 5i$$

2. -8

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{-8}$$

$$c = \mp 2\sqrt{2}i$$

3. $Z^2 + 81 = 0$

$$\sqrt{Z^2} = \sqrt{-81}$$

$Z = \mp 9i$

4. -12

$\sqrt{c^2} = \sqrt{-12}$

$c = \mp 2\sqrt{3}i$

5. -16

$\sqrt{c^2} = \sqrt{-16}$

$c = \mp 4i$

6. $-Z^2 - 36 = 0$

$-36 = Z^2$

$\mp 6i = Z$

$Z = \mp 6i$



B- اذا ذكر في السؤال جزء حقيقي و جزء تخيلي او جزء تخيلي فقط.

١. نحدد صيغة العدد المركب المعطاة في السؤال.

٢. اذا كانت الصيغة ليست الصيغة الاعتيادية للعدد المركب نقوم بتحويل الصيغة الى الصيغة الاعتيادية للعدد المركب $(a + bi)$

٣. الصيغة المعطاة في السؤال تمثل الجذر الاول.

٤. نفرض الجذر الثاني $(x + yi)$.

٥. نساوي الجذر الثاني $(x + yi)$ مع الجذر الاول المعطاة في السؤال.

٦. نقوم بتربيع الطرفين.

٧. يفتح الجذر الثاني بأستخدام قانون مربع حدانية ويحذف الجذر الأول مع التربيع.

٨. تحذف (i^2) وتقلب اشارة الحد.

٩. نحدد الجزء الحقيقي و الجزء التخيلي في كل طرف.

١٠. الجزء الحقيقي يساوي الجزء الحقيقي معادلة رقم واحد $(x^2 - y^2 = a)$.

١١. الجزء التخيلي يساوي الجزء التخيلي بعد التبسيط تمثل معادلة رقم (2) $y = \left(\frac{b}{2x}\right)$.

١٢. نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1).

١٣. يفتح التربيع بعد التعويض.

١٤. يضرب طرفي المعادلة في المقام.

١٥. تتكون لدينا معادلة من الدرجة الرابعة.

١٦. نجد قيمة (x)بأستخدام طرق الحل

[فرق بين مربعين او التجربة]

١٧. قيمة (x) السالبة تهمل. (القوس الذي تكون فيه اشاره الحد الثاني موجبه اي مجموع مربعين)

١٨. نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (2) لأيجاد قيمة (y).

١٩. نعوض قيم x , y في الجذر الثاني (الذي افترضناه).

س/ جد الجذور التربيعية للعدد المركب:-

1. $8i$

$8i \Rightarrow \sqrt{0+8i}$

$(x+yi)^2 = \left(\sqrt{0+8i}\right)^2$ بالتربيع

$x^2 + 2xyi + y^2i^2 = 0 + 8i$

$x^2 + 2xyi - y^2 = 0 + 8i$

$x^2 - y^2 + 2xyi = 0 + 8i$

$x^2 - y^2 = 0 \ldots\ldots (1)$

$2xy = 8 \quad] \div 2x$

$y = \frac{4}{x} \quad \ldots\ldots (2)$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$x^2 - y^2 = 0$

$x^2 - \left(\frac{x}{y}\right)^2 = 0$

$x^2 - \frac{16}{x^2} = 0 \quad] * x^2$

$x^4 - 16 = 0$

$(x^2+4)(x^2-4) = 0$

أما $x^2 + 4 = 0$

$x^2 = -4$ يهمل

أو $x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4$

تكملة الحل

$x = \mp 2$

نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (2)

عندما $x = 2$

$y = \frac{4}{x}$

$y = \frac{4}{2}$

$y = 2$



عندما $x = -2$

$y = \frac{4}{x}$

$y = \frac{-4}{2}$

$y = -2$

$x + yi$

الجذران هما $\mp(2 + 2i)$

س/ جد الجذور التربيعية للعدد المركب $-i$

$-i \Rightarrow 0 - i$

$(x + yi)^2 = \left(\sqrt{0 - i}\right)^2$ بالتربيع

$x^2 + 2xyi + y^2 i^2 = 0 - i$

$x^2 + 2xyi - y^2 = 0 - i$

$x^2 - y^2 + 2xyi = 0 - i$

$x^2 - y^2 = 0 \dots\dots (1)$

$2xy = -1 \quad] \div 2x$

$y = \frac{-1}{2x} \dots\dots (2)$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$x^2 - y^2 = 0$

$x^2 - \left(\frac{1}{2x}\right)^2 = 0$

$x^2 - \frac{1}{4x^2} = 0 \quad] * 4x^2$

$4x^4 - 1 = 0$

$(2x^2 + 1)(2x^2 - 1) = 0$

أما $2x^2 + 1 = 0$

$2x^2 = -1$ تهمل

أو $2x^2 - 1 = 0$

$2x^2 = 1$

$x^2 = \frac{1}{2}$

$$x = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}$$

نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (2) لأيجاد قيم (y)

$$y = \frac{-1}{2x}$$

$$y = \frac{-1}{2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$$ عندما $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$y = \frac{-1}{\frac{2}{\sqrt{2}}}$$

$$y = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,.\,\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{-1}{2x}$$ عندما $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$y = \frac{-1}{2x}$$

$$y = \frac{-1}{2\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$y = \frac{-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}\,.\,\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

الجذران هما $\mp\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$

س/ جد الجذور التربيعية:-

$6+8i$

$(x+yi)^2 = \left(\sqrt{6+8i}\right)^2$ بالتربيع

$x^2 + 2xyi + y^2 i^2 = 6 + 8i$

$x^2 + 2xyi - y^2 = 6 + 8i$

$x^2 - y^2 + 2xyi = 6 + 8i$

$x^2 - y^2 = 6 \ldots\ldots (1)$

$2xy = 8 \quad] \div 2x$

$y = \frac{4}{x} \ldots\ldots (2)$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$x^2 - y^2 = 6$

$x^2 - \left(\frac{4}{x}\right)^2 = 6$

$x^2 - \frac{16}{x^2} = 6 \qquad] * x^2$

$x^4 - 16 = 6x^2$

$x^4 - 6x^2 - 16 = 0$

$(x^2 - 8)(x^2 + 2) = 0$

أما $x^2 - 8 = 0$

$x^2 = 8$

$x = \mp 2\sqrt{2}$

أو $x^2+2=0$

تهمل $x^2=-2$

نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (2)

$$y=\frac{4}{x}$$

عندما $x=2\sqrt{2}$

$$y=\frac{4}{2\sqrt{2}}$$

$$y=\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\ .\ \sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

$$y=\frac{4}{x}$$

عندما $x=-2\sqrt{2}$

$$y=\frac{-4}{2\sqrt{2}}=\frac{-2}{\sqrt{2}}$$

$$y=\frac{-\sqrt{2}\ .\ \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$y=-\sqrt{2}$$

الجذران هما $(2\sqrt{2}+\sqrt{2}i)$
$(-2\sqrt{2}-\sqrt{2}i)$

س/ جد الجذور التربيعية:-

$8 + 6i$

$\left(\sqrt{8+6i}\right)^2 = (x+yi)^2$ بالتربيع

$8 + 6i = x^2 + 2xyi + y^2 i^2$

$8 + 6i = x^2 + 2xyi - y^2$

$8 + 6i = x^2 - y^2 + 2xyi$

$x^2 - y^2 = 8 \ldots\ldots(1)$

$2xy = 6$

$2xy = 6 \qquad] \div 2x$

$y = \frac{3}{x} \quad \ldots\ldots(2)$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$x^2 - y^2 = 8$

$x^2 - \left(\frac{3}{x}\right)^2 = 8$

$x^2 - \frac{9}{x^2} = 8 \qquad] * x^2$

$x^4 - 9 = 8x^2$

$x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

$(x^2 - 9)(x^2 + 1) = 0$

أما $x^2 - 9 = 0$

$x^2 = 9$

$x = \mp 3$

07736982455

$x^2+1=0$ أو

$x^2=-1$ يهمل

نعوض في معادلة رقم (2) قيمة (x) لأيجاد قيم (y)

$y=\frac{3}{x}$ عندما $x=3$

$y=\frac{3}{3}$

$y=1$

$y=\frac{3}{x}$ عندما $x=-3$

$y=\frac{-3}{3}$

$y=-1$



الجذران هما $(3+i)$
$(-3-i)$

الحالة الثالثة C

اذا اعطى في السؤال الصيغة عدد مركب وعلاقة ويوجد في العلاقة جذر يحتوي على (i) نتبع الخطوات الآتية

١. نحدد صيغة العدد المركب في السؤال.
٢. نضع الصيغة (بالصيغة الاعتيادية) اذا تطلب ذلك.
٣. نجد ثوابت الصيغة.
٤. نعوض الثوابت في العلاقة.
٥. يحل السؤال بأستخدام الفرضية.

ملاحظة// ايجاد الثوابت تنطبق عليها خطوات ايجاد قيم x , y(غالبا تكون الحالة الاولى).

ملاحظة// المقصود بتحويل السؤال الى صيغة اعتيادية.

[وجود i في المقام – قوس مرفوع الى اس – جمع او طرح الاعداد المركبة – التخلص من السالب الموجود داخل الجذر]

ملاحظة// بعد الانتهاء من حل السؤال تكتب الجذران بشكل منفصل.

س/ جد $\sqrt{2c+di}$ اذا كانت $c+di=\frac{7-4i}{2+i}$

$$c+di=\frac{7-4i}{2+i}\cdot\frac{2-i}{2-i}$$

$$c+di=\frac{14-7i-8i+4i^2}{4+1}$$

$$c+di=\frac{14-15i-4}{5}$$

$$c+di=\frac{10-15i}{5}$$

$$c+di=2-3i$$

$c = 2$

$d = -3$

$= \sqrt{2c + di}$

$= \sqrt{2(2) + (-3)i}$

$= \sqrt{4 - 3i}$

$(x + yi)^2 = \left(\sqrt{4 - 3i}\right)^2$ بالتربيع

$x^2 + 2xyi + y^2i^2 = 4 - 3i$

$x^2 + 2xyi - y^2 = 4 - 3i$

$x^2 - y^2 + 2xyi = 4 - 3i$

$x^2 - y^2 = 4 \dots\dots (1)$

$2xy = -3 \quad] \div 2x$

$y = \frac{-3}{2x} \dots\dots (2)$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$x^2 - \left(\frac{-3}{2x}\right)^2 = 4$

$x^2 - \frac{9}{4x^2} = 4 \qquad] * 4x^2$

$4x^4 - 9 = 16x^2$

$4x^4 - 16x^2 - 9 = 0$

$(2x^2 - 9)(2x^2 + 1) = 0$

أما $2x^2 - 9 = 0$

$2x^2 = 9$

$x^2 = \frac{9}{2}$

$$x = \mp\frac{3}{\sqrt{2}}$$

أو $2x^2 + 1 = 0$

$2x^2 = -1$ يهمل

نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (2)

$$y = \frac{-3}{2x}$$

عندما $x = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$$y = \frac{-3}{2\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$y = \frac{-3}{\sqrt{2}\ .\ \sqrt{2}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$y = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

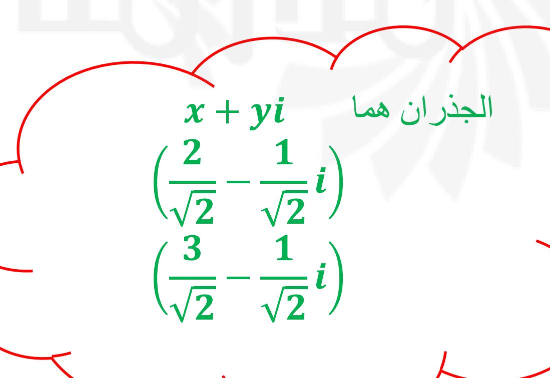
عندما $x = \frac{-3}{\sqrt{2}}$

$$y = \frac{-3}{2x}$$

$$y = \frac{-3}{2\left(\frac{-3}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$y = \frac{-3}{\sqrt{2}\ .\ \sqrt{2}\left(\frac{-3}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



ثانيا) الجذور التربيعية للمعادلة (المعادلة التربيعية)

$$ax^2 - bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

للأطلاع//

١. حاصل جمع

$$= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2b}{2a} \qquad \because a = 1$$

$$= -b$$

٢. حاصل ضرب

$$= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$$

$$= \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \qquad \because a = 1$$

$$= c$$

07736982455

الحالة الاولى

اذا اعطى في السؤال معادلة وطلب ايجاد الجذور التربيعية.

١. نحدد المعادلة في السؤال.
٢. الصيغة العامة للمعادلة هي: $ax^2 - bx + c = 0$
٣. نحدد قيم (a, b, c)

معامل $a \rightarrow x^2$
معامل $b \rightarrow x$
الحد المطلق $c \rightarrow$

٤. استخدام قانون الدستور (القانون العام). $x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

٥. نعوض المعطيات في القانون و نجد الجذران.

ملاحظة// اذا كانت المعادلة في السؤال تتكون من حدين فقط يمكن ان تحل بأستخدام خاصية الجذر التربيعي او فرق بين مربعين.

[اذا تطلب حل المسألة بالدستور نفترض الجزء المفقود يساوي صفر]

٦. اذآ كانت قيم c أو a تحتوي على جزء تخيلي يؤخذ الجذر فقط و يحل بأستخدام الفرضية ونختار قيمة واحدة فقط تعوض في قانون الدستور.
٧. بعد تحديد الجذران نقوم بكتابة انواع الجذور مترافقة و غير مترافقة.

س/ حل المعادلات التربيعية الآتية و بين اي منهما يكون جذراها مترافقين؟

1. $Z^2 = -12$

$\sqrt{Z^2} = \sqrt{-12}$

$Z = \mp 2\sqrt{3}i$ الجذران مترافقان

2. $2Z^2 - 5Z + 13 = 0$

$a = 2\ , b = -5\ , c = 13$

$$Z = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$Z = \frac{5 \mp \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(13)}}{2(2)}$$

$$Z = \frac{5 \mp \sqrt{25 - 104}}{4}$$

$$Z = \frac{5 \mp \sqrt{-79}}{4}$$

$$Z = \frac{5 \mp \sqrt{79}i}{4}$$

$$= \frac{5}{4} \mp \frac{\sqrt{79}}{4} i$$

أما $\frac{5}{4} + \frac{\sqrt{79}i}{4}$

أو $\frac{5}{4} - \frac{\sqrt{79}}{4} i$ الجذران مترافقان



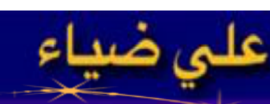
3. $4Z^2 + 25 = 0$

$4Z^2 = -25$

$$\frac{4Z^2}{4} = \frac{-25}{4}$$

$$\sqrt{Z^2} = \sqrt{\frac{-25}{4}}$$

$Z = \mp \frac{5}{2} i$ الجذران مترافقان



س/ حل المعادلات التربيعية الآتية و بين اي منهما يكون جذراها مترافقين؟

1. $Z^2 - 3Z + 3 + i = 0$

$a = 1 \ , b = -3 \ , c = 3 + i$

$$Z = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$Z = \frac{3 \mp \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(3+i)}}{2(1)}$$

$$Z = \frac{3 \mp \sqrt{9 - 12 - 4i}}{2}$$

$$Z = \frac{3 \mp \sqrt{-3 - 4i}}{2}$$

$(x + yi)^2 = \left(\sqrt{-3 - 4i}\right)^2$

$x^2 + 2xyi + y^2 i^2 = -3 - 4i$

$x^2 + 2xyi - y^2 = -3 - 4i$

$x^2 - y^2 + 2xyi = -3 - 4i$

$x^2 - y^2 = -3 \ \dots\dots (1)$

$2xy = -4 \quad] \div 2x$

$y = \dfrac{-2}{x} \ \dots\dots (2)$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$x^2 - y^2 = -3$

$x^2 - \left(\dfrac{-2}{x}\right)^2 = -3$

$$x^2 - \frac{4}{x^2} = -3 \qquad] * x^2$$

$$x^4 - 4 = -3x^2$$

$$x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

$$(x^2 + 4)(x^2 - 1) = 0$$

أما $x^2 + 4 = 0$

$x^2 = -4$ يهمل

أو $x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$ بالجذر

$$x = \mp 1$$

نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (2) لأيجاد قيمة (y)

$$y = \frac{-2}{x}$$

$$y = \frac{-2}{\pm 1} \Rightarrow y = \mp 2$$

$$\mp(1 - 2i)$$

$$Z = \frac{3 \mp (1 - 2i)}{2}$$

أما $Z = \dfrac{3 + 1 - 2i}{2}$

$$Z = \frac{4 - 2i}{2}$$

$$Z = 2 - i$$

أو $Z = \frac{3-(1-2i)}{2}$

$Z = \frac{3-1+2i}{2}$

$Z = \frac{2+2i}{2}$ غير مترافقان

$Z = 1 + i$

2. $Z^2 + 2Z + i\,(2 - i) = 0$

$Z^2 + 2Z + 2i - i^2 = 0$

$Z^2 + 2Z + 2i + 1 = 0$

$Z^2 + 2Z + 1 + 2i = 0$

$a = 1 \;, b = 2 \;, c = 1 + 2i$

$Z = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$Z = \frac{-2 \mp \sqrt{(2)^2 - 4(1)(1+2i)}}{2(1)}$

$Z = \frac{-2 \mp \sqrt{4 - 4 - 8i}}{2}$

$Z = \frac{-2 \mp \sqrt{-8i}}{2}$

$Z = \frac{-2 \mp \sqrt{0 - 8i}}{2}$

$(x + yi)^2 = \left(\sqrt{0 - 8i}\right)^2$

$x^2 + 2xyi + y^2 i^2 = 0 - 8i$

$x^2 + 2xyi - y^2 = 0 - 8i$

$x^2 - y^2 + 2xyi = 0 - 8i$

$x^2 - y^2 = 0 \ldots\ldots (1)$

$2xy = -8 \quad] \div 2x$

$y = \frac{-4}{x} \ldots\ldots (2)$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$x^2 - y^2 = 0$

$x^2 - \left(\frac{-4}{x}\right)^2 = 0$

$x^2 - \frac{16}{x^2} = 0 \quad] * x^2$

$x^4 - 16 = 0$

$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$

أما $x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4$ بالجذر

$x = \mp 2$

أو $x^2 + 4 = 0$

$x^2 = -4$ يهمل

نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (2) لأيجاد قيمة (y)

$y = \frac{-4}{x}$

$y = \frac{-4}{\pm 2}$

$y = \mp 2$

$$Z = \frac{-2 \mp (2-2i)}{2}$$

أما $Z = \frac{-2+2-2i}{2}$

$$Z = 0 - i$$

أو $Z = \frac{-2}{2}$

$$Z = \frac{-2-(2-2i)}{2}$$

$$Z = \frac{-2-2+2i}{2}$$ غير مترافقان

$$Z = -2 + i$$

3. $Z^2 - 2Zi + 3 = 0$

$a = 1 \ , b = -2i \ , c = 3$

$$Z = \frac{-b \mp \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$Z = \frac{2i \mp \sqrt{(-2i)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$Z = \frac{2i \mp \sqrt{4i^2 - 12}}{2}$$

$$Z = \frac{2i \mp \sqrt{-4-12}}{2}$$

$$Z = \frac{2i \mp \sqrt{-16}}{2}$$

$$Z = \frac{2i \mp \sqrt{-4-12}}{2}$$

$$Z = \frac{2i \mp \sqrt{-16}}{2}$$

$$Z = \frac{2i \mp 4i}{2}$$

$$Z = \frac{2}{2}i \mp \frac{4}{2}i$$

$$Z = i \mp 2i$$

أما $Z = i + 2i$

$= 3i$

أو $Z = i - 2i$

$= -i$



$(0 + 3i)$

الجذران غير مترافقان$(0 - i)$

طريقة اخرى لحل السؤال

$$Z^2 - 2Zi + 3 = 0$$

الحل//

$$Z^2 - 2Zi - i^2 = 0$$

$$(Z - 3i)(Z + i) = 0$$

أما $Z - 3i = 0$

$= 3i$



$$(0+3i)$$

أو $Z + i = 0$

$= -i$

$$(0-i)$$

الجذران غير مترافقان

س// اوجد مجموعة الحل للمعادلة التربيعية :

$ix^2 - 2x - 2i = 0 \qquad] \div i$

$$\frac{ix^2}{i} - \frac{2x}{i} - \frac{2i}{i} = 0$$

$$x^2 - \frac{2x}{i} \cdot \frac{-i}{-i} - \frac{2i}{i} \cdot \frac{-i}{-i} = 0$$

$$x^2 - \frac{-2xi}{1} - \frac{-2i^2}{i} = 0$$

$$x^2 + 2xi + 2i^2 = 0$$

$$x^2 + 2xi - 2 = 0$$

$$a = 1 , b = 2i, c = -2$$

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(2i) \mp \sqrt{(2i)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2i \mp \sqrt{4i^2 + 8}}{2}$$

$$x = \frac{-2i \mp \sqrt{-4 + 8}}{2}$$

07736982455

$$x = \frac{-2i \mp \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{-2i \mp 2}{2}$$

$$x = -i \mp 1$$

$$x = 1 - i$$

$$x = -1 - i$$

$$S\{(1 - i), (-1 - i)\}$$

الحالة الثانية

اذا طلب في السؤال كتابة المعادلة التربيعية،

النوع الاول

اذا اعطي في السؤال جذران معلومان

١. نحدد جذري المعادلة L , M

٢. اذا كان احد الجذران او كلاهما ليس بالصيغة الاعتيادية للعدد المركب يجب تحويله الى الصيغة الاعتيادية للعدد المركب قبل البدء بحل السؤال.

٣. قيمة $a = 1$ دائما.

٤. نجد قيمة b حيث b تمثل حاصل جمع الجذرين بأستخدام القانون التالي

$$b = L + M$$

٥. نجدد قيمة c عن طريق ضرب الجذرين بأستخدام القانون التالي

$$c = L \ . \ M$$

ملاحظة// لا يشترط تحويل الى صيغة اعتيادية عند وجود كسر (بشرط ان لا يحتوي المقام على i).

٦. كتابة صيغة المعادلة التربيعية $ax^2 - bx + c = 0$

س/ كون المعادلة التربيعية التي جذراها:-

1. $L = 3 + i \quad , \quad M = 2 - i$

$a = 1$

$b = L + M$

$b = (3 + i) + (2 - i)$

$b = 5$

$c = L \, . \, M$

$c = (3 + i) * (2 - i)$

$c = 6 - 3i + 2i - i^2$

$c = 6 - i + 1$

$c = 7 - i$

$ax^2 - bx + c = 0$

$x^2 - 5x + (7 - i) = 0$

2. $L = \frac{5-i}{2} \quad , \quad M = 3 + 4i$

$L = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}i \; , M = 3 + 4i$

$a = 1$

$b = L + M$

07736982455

$$b=\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{2}i\right)+(3+4i)$$

$$b=\left(\frac{5}{2}+3\right)+\left(-\frac{1}{2}+4\right)i$$

$$b=\frac{11}{2}+\frac{7}{2}i$$

$$c=L\ .M$$

$$c=\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{2}i\right)\ .\ (3+4i)$$

$$c=\frac{15}{2}+10i-\frac{3}{2}i-2i^2$$

$$c=\frac{15}{2}+2+\frac{17}{2}i$$

$$c=\frac{19}{2}+\frac{17}{2}i$$

$$ax^2-bx+c=0$$

$$x^2-\left(\frac{11}{2}+\frac{7}{2}i\right)x+\left(\frac{19}{2}+\frac{17}{2}i\right)=0$$

س/ كون المعادلة التربيعية التي جذراها:-

1. $L = 1 + 2i \quad , \quad M = 1 - i$

$a = 1$

$b = L + M$

$b = (1 + 2i)(1 - i)$

$b = 2 + i$

$c = L \, . \, M \;\rightarrow\quad c = (1 + 2\text{i})(1 - \text{i})$

$c = 1 - i + 2i + 2i^2$

$c = 1 + i + 2$

$c = 3 + i$

$ax^2 - bx + c = 0$

$x^2 - (2 + i)x + (3 + i) = 0$

2. $M = \frac{3-i}{1+i} \quad , \quad L = (3 - 2i)^2$

$$M = \frac{3 - i}{1 + i} \cdot \frac{1 - i}{1 - i}$$

$$M = \frac{3 - 3i - i + i^2}{1 + 1}$$

$$M = \frac{3 - 4i - 1}{2}$$

$$M = \frac{2 - 4i}{2}$$

$M = 1 - 2i$

$L = (3 - 2i)^2$

$L = 9 - 12i + 4i^2$

$L = 9 - 12i - 4$

$L = 5 - 12i$

$$a = 1$$
$$b = L + M$$
$$b = (5 - 12i) + (1 - 2i)$$
$$b = 6 - 14i$$
$$c = L\ .\ M$$
$$c = (5 - 12i)(1 - 2i)$$
$$c = 5 - 10i - 12i + 24i^2$$
$$c = 5 - 22i - 24$$
$$c = -19 - 22i$$
$$ax^2 - bx + c = 0$$
$$x^2 - (6 - 14i)x + (-19 - 22i) = 0$$

النوع الثاني

اذا اعطى في السؤال جذر واحد فقط و ذكر عبارة (معادلة ذات معاملات حقيقية)

١. نحدد صيغة منطوق السؤال
٢. نحدد الجذر المعطى في السؤال
٣. المعاملات الحقيقية تعني ان الجذر الاخر هو مرافق الجذر الاول.
٤. اذا كان الجذر المعطى في السؤال ليس بالصيغة الاعتيادية للعدد المركب يجب ان نضعه بالصيغة الاعتيادية للعدد امركب.
٥. قيمة $a = 1$.
٦. نجد قيمة b من خلال استخدام القانون $b = L + M$.
٧. نجد قيمة c من خلال استخدام القانون $c = L\ .\ M$

٨. كتابة صيغة المعادلة التربيعية $ax^2 - bx + c = 0$

٩. كتابة المعادلة التربيعية.

س/ ما المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية واحد جذارها هو i

1. $i \Rightarrow 0 + i$

$L = 0 + i$ ∵ المعاملات حقيقية

$M = 0 - i$ ∴ الجذران مترافقان

$a = 1$

$b = L + M \quad \rightarrow b = (0 + i) + (0 - i)$

$b = 0$

$c = L \,.\, M$

$c = (0 + i) * (0 - i)$

$c = 0 + 1$

$c = 0$

$ax^2 - bx + c = 0$

$x^2 - 0x + 1 = 0$

$x^2 + 1 = 0$

2. $5 - i$

$L = 5 - i$ ∵ المعاملات حقيقية

$M = 5 + i$ ∴ الجذران مترافقان

$a = 1$

$b = L + M$

$b = (5 - i) + (5 + i)$

$b = 10$

$c = L \ . \ M$

$c = (5 - i) * (5 + i)$

$c = 25 + 1$

$c = 26$

$ax^2 - bx + c = 0$

$x^2 - 10x + 26 = 0$

3. $\frac{\sqrt{2}+3i}{4}$

$a = 1$

$b = L + M$

$$b = \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{4}i\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{3}{4}i\right)$$

$$b = \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{4}\right)i$$

$$b = \frac{2\sqrt{2}}{4} + 0i$$

$$b = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \ . \ \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$c = L \ . \ M$

$$c = \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{4}i\right) * \left(\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{3}{4}i\right)$$

$$c = \left(\frac{2}{16} + \frac{9}{16}\right) \Rightarrow c = \frac{11}{16}$$

$ax^2 - bx + c = 0$

$$x^2 - \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{11}{16} = 0$$

النوع الثالث

يعطي في السؤال احد الجذرين معلوم و المعادلة

١. نفرض الجذر المذكور في السؤال هو L
٢. نفرض الجذر الثاني مجهول M=?
٣. نحدد المعادلة المعطاة في السؤال.
٤. نحدد اي القيم تكون معلومة اما (حاصل المجموع) او (حاصل الضرب).

ملاحظة// $ax^2 - bx + c = 0$

$ax^2 - (\text{حاصل الجمع})x + (\text{حاصل الضرب}) = 0$

٥. اذا كان المعلوم هو حاصل جمع نستخدم خاصية المعاليم في طرف و المجاهيل في طرف بأستخدام القانون $b = L + M$
٦. اذا كان المعلوم حاصل ضرب (c) نستخدم خاصية القسمة على معامل المجهول بأستخدام القانون لأيجاد قيمة $c = L \, . \, M$

ملاحظة// قد تكون الرموز مختلفة.

س/ اذا كان $3 + i$ هو احد جذري المعادلة $x^2 - ax + (5 + 5i) = 0$ فما قيمة $a \in C$؟ و ما هو الجذر الآخر؟

$L = 3 + i$

$c = 5 + 5i$

$c = L.M$

$\frac{5+5i}{3+i} = \frac{3+i}{3+i}M$

$M = \frac{5+5i}{3+i} \cdot \frac{3-i}{3-i}$

$M = \frac{15 - 5i + 15i - 5i^2}{9+1}$

$M = \frac{15 + 10i + 5}{10}$

07736982455

$$M = \frac{20 + 10i}{10}$$

$M = 2 + i$

$a = L + M$

$a = (3 + i)(2 + i)$

$a = 5 + 2i$



اذا كان , $ai + b - 2a + bi + 4$

جذري المعادلة $x^2 - hx + k = 0$

فجد $h, k \in R$

$a \neq 0$

$b \neq 0$

$\because h, k \in R$

$\therefore$ المعاملات حقيقية

$\therefore$ الجذران مترافقان

$a + bi + 4$

$= ai + b$

$- 2$

$a + bi + 4 = -ai + b - 2$

$a + 4 = b - 2$

$a - b = -2 - 4$

$a - b = -6 \ldots\ldots (1)$

$b = -a$

$b + a = 0 \ldots\ldots (2)$

$a - b = -6$

$a + b = 0$

بالجمع

$$\frac{2a}{2} = \frac{-6}{2}$$

$a = -3$

نعوض (a) في معادلة رقم (2)

$b + a = 0$

$b + (-3) = 0$

$b - 3 = 0$

$b = 3$

$L = a + bi + 4$

$L = -3 + 3i + 4$

$L = 1 + 3i$

$M = ai + b - 2$

$M = -3i + 3 - 2$

$M = 1 - 3i$

$h = L + M$

$h = (1 + 3i) + (1 - 3i)$

$h = 2$



$k = L.M$

$k = (1+3i)\,.\,(1-3i)$

$k = 1+9$

$k = 10$

س/ جد الجذران التربيعيان للعدد المركب $\frac{14+2i}{1+i}$

$= \frac{14+2i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}$

$= \frac{14-14i+2i-2i^2}{1+1}$

$= \frac{14-12i+2}{2}$

$= \frac{16-12i}{2}$

$= 8-6i \quad , x+yi$

$(x+yi)^2 = \left(\sqrt{8-6i}\right)^2$ بالتربيع

$x^2+2xyi+y^2i^2 = 8-6i$

$x^2+2xyi-y^2 = 8-6i$

$x^2-y^2+2xyi = 8-6i$

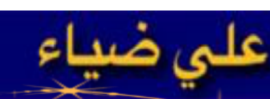
$x^2-y^2 = 8 \ldots\ldots(1)$

$2xy = 6 \quad] \div 2x$

$y = \frac{-3}{x} \ldots\ldots(2)$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$x^2-y^2 = 8$



$$x^2 - \left(\frac{-3}{x}\right)^2 = 8$$

$$x^2 - \frac{9}{x^2} = 8 \qquad] * x^2$$

$$x^4 - 9 = 8x^2$$

$$x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

$$(x^2 - 9)(x^2 + 1) = 0$$

أما $x^2 - 9 = 0$

$x^2 = 9$ بالجذر

$$x = \mp 3$$

أو $x^2 + 1 = 0$

$x^2 = -1$ يهمل

نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (2)

$y = \frac{-3}{x}$ عندما $x = 3$

$$y = \frac{-3}{3}$$

$$y = -1$$

$y = \frac{-3}{x}$ عندما $x = -3$

$$y = \frac{-3}{-3}$$

$$y = 1$$

الجذران هما

$$\mp(3 - i)$$

س/ جد الجذران التربيعيان للعدد المركب $(-1+7i)(1+i)$

الحل//

$$= -1 - i + 7i + 7i^2$$

$$= -1 + 6i - 7$$

$$= -8 + 6i \quad , x + yi$$

$$(x + yi)^2 = \left(\sqrt{-8 + 6i}\right)^2$$ بالتربيع

$$x^2 + 2xyi + y^2 i^2 = -8 + 6i$$

$$x^2 + 2xyi - y^2 = -8 + 6i$$

$$x^2 - y^2 + 2xyi = -8 + 6i$$

$$x^2 - y^2 = -8 \dots \dots (1)$$

$$2xy = 6 \quad] \div 2x$$

$$y = \frac{3}{x} \dots \dots (2)$$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$$x^2 - y^2 = -8$$

$$x^2 - \left(\frac{3}{x}\right)^2 = -8$$

$$x^2 - \frac{9}{x^2} = -8 \qquad] * x^2$$

$$x^4 - 9 = -8x^2$$

$$x^4 + 8x^2 - 9 = 0$$

$$(x^2 + 9)(x^2 - 1) = 0$$

يهمل

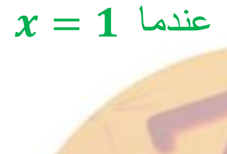
$$x^2 - 1 = 0$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{1} \Rightarrow x = \mp 1$$

نعوض قيمة (x) في معادلة رقم (2)

$$y = \frac{3}{x}$$

$$y = \frac{3}{1}$$



عندما $x = 1$

$$y = 3$$

$$y = \frac{3}{-1}$$

عندما $x = -1$

$$y = -3$$

الجذران هما

$$\mp(1 + 3i)$$

(عندما يعطي في السؤال معادله تكعيبيه ويطلب الجذور نتبع الخطوات التاليه)

١ـ نحلل باستخدام فرق او مجموع مكعبين

٢ـ نساوي القوس الاول (الصغير) بالصفر ونجد اول جذر

٣ـ نساوي القوس الثاني (الكبير) بالصفر ويحل باستخدام قانون الدستور

س/حل المعادله التاليه

1. $x^3 + 8i = 0$

الحل :

$x^3 + 8 = 0$

$x^3 - 8i^3 = 0$

$(x - 2i)(x^2 + 2xi + 4i^2) = 0$

$(x - 2i)(x^2 + 2xi - 4) = 0$

أما $x - 2i = 0$

$x = 2i$

أو$x^2 + 2xi - 4 = 0$

$a = 1 \ , b = 2i \ , c = -4$

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2i \mp \sqrt{(2i)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2i \mp \sqrt{4i^2 + 16}}{2}$$

$$x = \frac{-2i \mp \sqrt{-4 + 16}}{2}$$

$$x = \frac{-2i \mp \sqrt{12}}{2}$$

$$x = \frac{-2i \mp 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow -i \mp \sqrt{3}$$

$x = \sqrt{3} - i$

$x = -\sqrt{3} - i$

$(\sqrt{3} - i, -\sqrt{3} - i, 2i)$

2. $x^3 - 8i = 0$

الحل :

$x^3 - 8 = 0$

$x^3 + 8i^3 = 0$

$(x + 2i)(x^2 - 2xi + 4i^2) = 0$

$(x + 2i)(x^2 - 2xi - 4) = 0$

أما $x + 2i = 0$

$x = -2i$

أو $x^2 - 2xi - 4 = 0$

$a = 1 \ , b = 2i \ , c = -4$

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2i) \mp \sqrt{(-2i)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2i \mp \sqrt{4i^2 + 16}}{2}$$

$$x = \frac{2i \mp \sqrt{-4 + 16}}{2}$$

$x = \sqrt{3} + i$

$x = -\sqrt{3} + i$

$(\sqrt{3} + i, -\sqrt{3} + i, -2i)$

س/ اذا كان $2-4i$ احد جذري المعادلة

$$2x^2 - x - bx + c - 6 = 0$$

فجد $b, c \in R$

الحل//

$$2x^2 - x - bx + c - 6 = 0$$

$$2x^2 - x(1+b) + c - 6 = 0$$

$$2x^2 - x(1+b) + c - 6 = 0 \qquad] \div 2$$

$$x^2 - \frac{1+b}{2}x + \frac{c-6}{2} = 0$$

$$b = L + M$$

$$c = L \, . \, M$$

$L = 2 - 4i$ ∵ المعاملات حقيقية

$M = 2 + 4i$ ∴ الجذران مترافقان

$$b = L + M$$

$$b = (2-4i) + (2+4i)$$

$$b = 4$$

$$c = L \, . \, M$$

$$c = (2-4i)(2+4i)$$

$$c = 4 + 16$$

$$c = 20$$

$$\frac{1+b}{2} = 4$$

$$1 + b = 8$$

$$b = 8 - 1$$

$\underline{b = 7}$

$$\frac{c-6}{2} = 20$$

$$c - 6 = 40$$

$$c = 40 + 6$$

$\underline{c = 46}$

* اذا المعادلة اعطت في السؤال هنا لا يتم تغيير اشارة معامل x. ولا نتخلص من معامل x^2 اذا كان عدد حقيقي و نتخلص منه فقط اذا كان عدد تخيلي.
و الحل يكون بأستخدام قانون الدستور.

*اذا طلب في السؤال تكوين معادلة تربيعية هنا يجب مراعاة الآتي:
١. معامل x^2 يساوي واحد حصرا.
٢. اشارة معامل x تكون $(-)$ حسب المعادلة الآتية:

$$ax^2 - bx + c = 0$$

س/ ما المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية وأحد جذريها $(3 - i)$

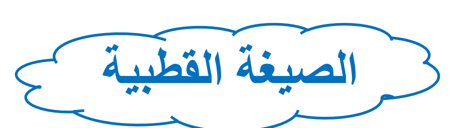
الحل//

∵ المعاملات حقيقية $\quad L = 3 - i$

∴ الجذران مترافقان $\quad M = 3 + i$

$$a = 1$$
$$b = L + M$$
$$b = (3 - i) + (3 + i)$$
$$b = 6$$
$$c = L \ . \ M$$
$$c = (3 - i) * (3 + i)$$
$$c = 9 + 1$$
$$c = 10$$

$$ax^2 - bx + c = 0$$
$$x^2 - 6x + 10 = 0$$



الصيغة القطبية

A. نحدد صيغة العدد المركب المعطاة في السؤال.

B. اذا كانت الصيغة ليست بالصيغة الاعتيادية يجب تحويلها الى $(a+bi)$ قبل البدء بحل السؤال.

C. نحول الصيغة الى صيغة ديكارتية حيث يمثل الجزء الحقيقي مع اشارته قيمة x و الجزء التخيلي مع اشارته خالي من (i) قيمةy

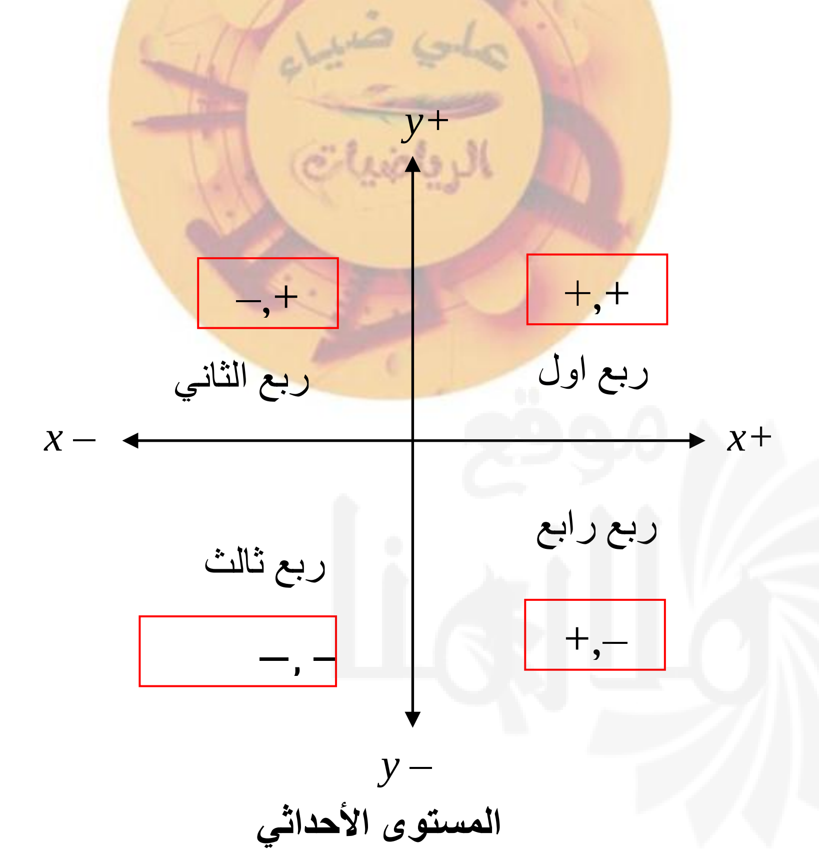
D. نحدد الاحداثيت على نقطة

$a + bi$

(a, b)

(x, y)

E. نحدد من النقطة الربع الذي تقع فيه θ حسب الاشاره



المستوى الأحداثي

F. نجد المقياس (r) بأستخدام القانون التالي:-

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

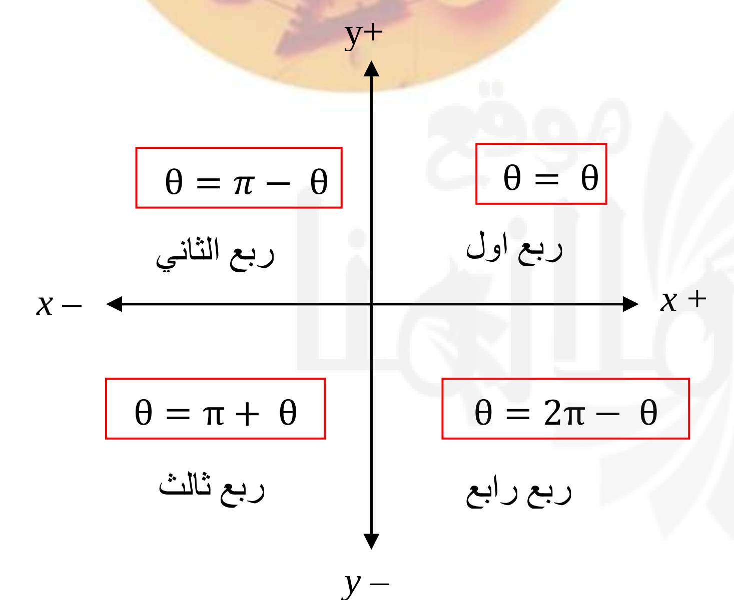
G. نجد $\sin\theta$, $\cos\theta$ بأستخدام القوانين التالية:

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

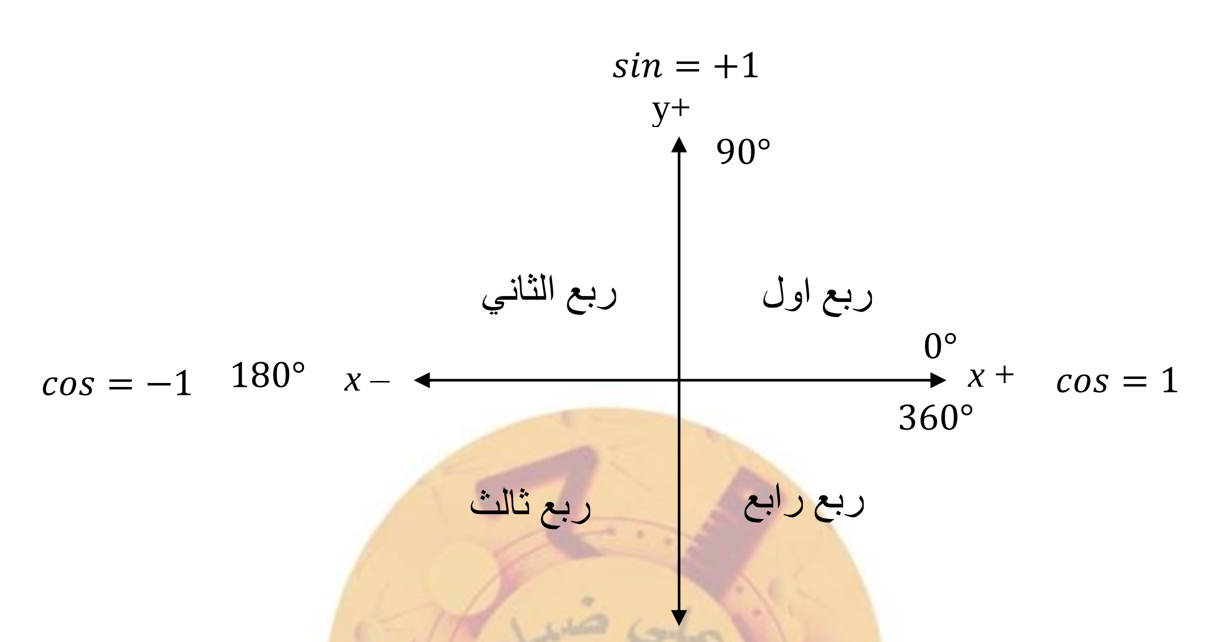
$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

H. نحدد θ تقع في اي ربع.

I. نطبق قانون الربع الذي تقع فيه θ.



J. قبل التطبيق بالقانون يجب تحويل الزاوية من التقدير الستيني الى التقدير الدائري (نحولها من رقم اعتيادي الى صيغة π).



$$\left.\begin{matrix}\underline{\sin 30} \\ \underline{\cos 60}\end{matrix}\right\rangle \frac{1}{2}$$

$$\left.\begin{matrix}\underline{\sin 60} \\ \underline{\cos 30}\end{matrix}\right\rangle \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\left.\begin{matrix}\underline{\sin 45} \\ \underline{\cos 45}\end{matrix}\right\rangle \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$30 = \frac{\pi}{6}$$

$45 = \frac{\pi}{4}$

$60 = \frac{\pi}{3}$

$90 = \frac{\pi}{2}$

$180 = \pi$

$270 = \frac{3\pi}{2}$

$360 = 2\pi$

K.نطبق قانون الربع تقع فيه θ

L. كتابة قانون الصيغة القطبية

$$Z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta)$$

ركز جيدا في الصيغه القطبيه cos هي الجزء الحقيقي و sin هي الجزء التخيلي

M. نطبق قيم θ , r في القانون.

N.بعد تعويض قيم θ في القانون نجد قيم . $sin\,,cos$

O.اذا كانت صيغة السؤال متكونة من جزء حقيقي او جزء تخيلي فقط. فأن الصيغة القطبية تكتب بشكل مباشر.

- اذا كانت الصيغة هي جزء حقيقي فقط و كانت موجب فأن الصيغة القطبية لها هي

$+a$

$[\ Z = a\,(\cos 0 + i\sin 0)\ ]$

- اذا كانت الصيغة هي جزء حقيقي فقط و كانت سالب فأن الصيغة القطبية لها هي

$-a$

$[\ Z = a\,(\cos \pi + i\sin \pi)\ ]$

- اذا اعطى في السؤال الجزء التخيلي فقط و كان موجب فأن الصيغة القطبية لها هي

$+bi$

$$[\ Z = b\,(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})\ ]$$

- اذا اعطى في السؤال الجزء التخيلي فقط و كان سالب فأن الصيغة القطبية له هي

$-bi$

$$[\ Z = b\,(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2})\ ]$$

س/ جد الصيغة القطبية لكل ما يأتي

1. $1 + \sqrt{3}i$

$(1, \sqrt{3})$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$r = \sqrt{(1)^2 + (\sqrt{3})^2}$

$r = \sqrt{1 + 3}$

$r = \sqrt{4}$

$r = 2$

$$\left.\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos\theta &= \frac{x}{r} = \frac{1}{2} \end{aligned}\right] = 60 \Rightarrow \frac{\pi}{3}$$

$\theta = \frac{\pi}{3}$ $(+,+)$ تقع الربعفي الأول θ

$Z = r(\cos\theta + i\ \sin\theta)$

$Z = 2\,(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$

2. $2 + 2i$

$(2\,,2\,)$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$r = \sqrt{(2)^2 + (2)^2}$

$r = \sqrt{4 + 4}$

$r = \sqrt{8}$

$r = 2\sqrt{2}$

$$\left.\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{y}{r} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta &= \frac{x}{r} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}\right] = 45 \Rightarrow \frac{\pi}{4}$$ تقع الربعفي الأول θ

$Z = r(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta)$

$Z = 2\sqrt{2}\,(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$

3. $1 - i$

$(1, -1\,)$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$r = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2}$

$r = \sqrt{1+1}$

$r = \sqrt{2}$

$$\left.\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{y}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta &= \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}\right] = 45 \Rightarrow \frac{\pi}{4}$$

$\theta = 2\pi - \theta$

$\theta = 2\pi - \dfrac{\pi}{4}$

$\theta = \dfrac{7\pi}{4}$

$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$Z = \sqrt{2}\,(\cos\dfrac{7\pi}{4} + i\sin\dfrac{7\pi}{4})$

4. $-1 + i$

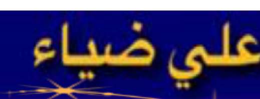
$(-1, 1)$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$r = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2}$

$r = \sqrt{1+1}$

$r = \sqrt{2}$



$$\left.\begin{array}{l} \sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{array}\right] = 45 \Rightarrow \frac{\pi}{4}$$

الزاويه تقع في الربع الثاني حسب اشاره النقطه

$$\theta = \pi - \theta$$

$$\theta = \pi - \frac{\theta}{4}$$

$$\theta = \frac{3\pi}{4}$$ تقع الربعفي الثاني θ

$$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$Z = \sqrt{2}\,(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$$

س (وزاري)/

جد $c = \sqrt{a+b}$ علما ان المقياس = 2 و الزاوية $\frac{\pi}{2}$ ثم جد الشكل الديكارتي و الشكل الجبري؟

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$y = r\ .\ \sin\theta$$

$$y = 2\ .\ (\sin\frac{\pi}{2})$$

$$y = 2\ .(1)$$

$$y = 2$$

07736982455

$\cos\theta = \frac{x}{r}$

$x = r\ .\cos\theta$

$x = 2\ .(\cos\frac{\pi}{2})$

$x = 2\ .(0)$

$x = 0$

الصيغة الديكارتيه $= (0, 2)$

جبريةصيغة $= (0 + 2i)$



$a = 0$

$b = 2$

$c = \sqrt{a + b}$

$c = \sqrt{0 + 2}$

$c = \sqrt{2}$

مبرهنة ديموافر

١. تحديد صيغة العدد المركب المعطاة في السؤال

٢. تكون صيغة العدد المركب مرفوع الى اس (n).

* يشترط ان لا يكون الاس عدد نسبي.

٣. ايجاد الصيغة القطبية.

٤. نتبع الخطوات التالية لأيجاد الصيغة القطبية:

A. نحدد صيغة العدد المركب المعطاة في السؤال.

B. اذا كانت الصيغة ليست الصيغة الاعتيادية يجب تحويلها الى $(a + bi)$ قبل البدء بحل السؤال.

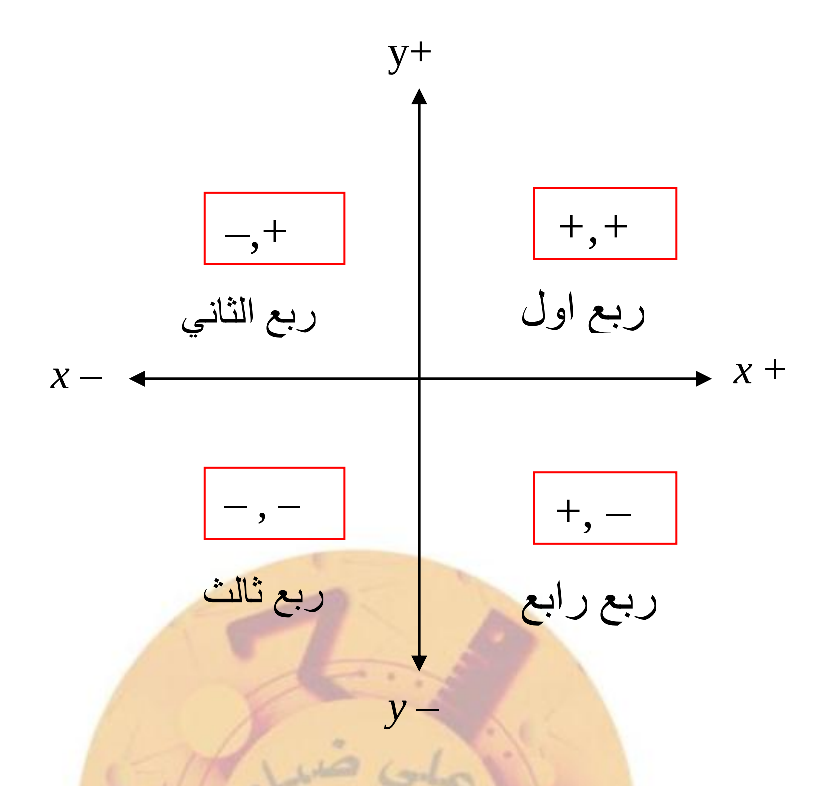
C. نحول الصيغة الى صيغة ديكارتية حيث يمثل الجزء الحقيقي مع اشارته قيمة x و الجزء التخيلي مع اشارته خالي من (i) قيمة y

D. نحدد الأحداثيات على النقطة

$$a + bi$$
$$(a, b)$$
$$(x, y)$$



E. نحدد من النقطة الربع الذي تقع فيه θ



F. نجد المقياس (r) بأستخدام القانون التالي:-

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

G. نجد $\sin\theta$, $\cos\theta$ بأستخدام القوانين التالية:

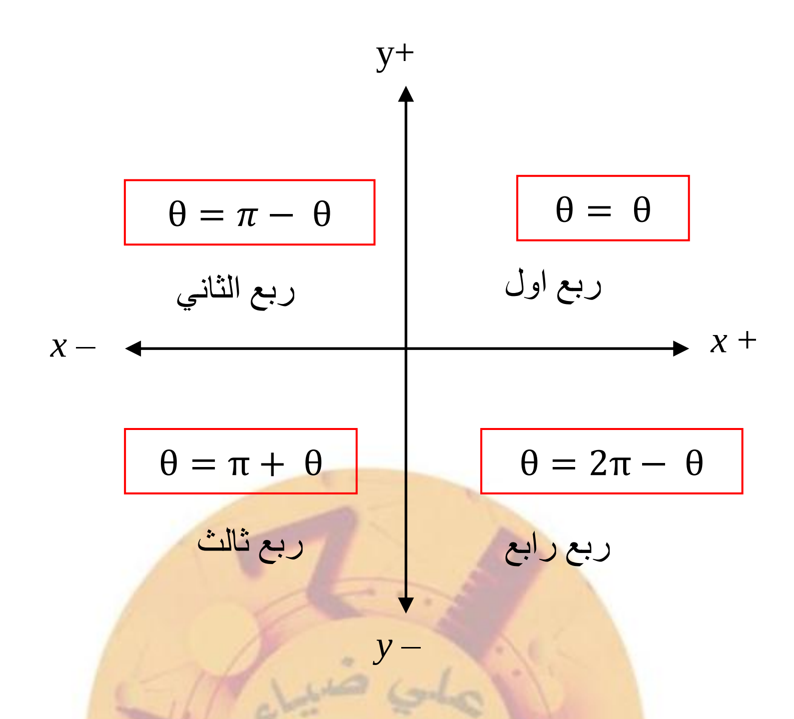
$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

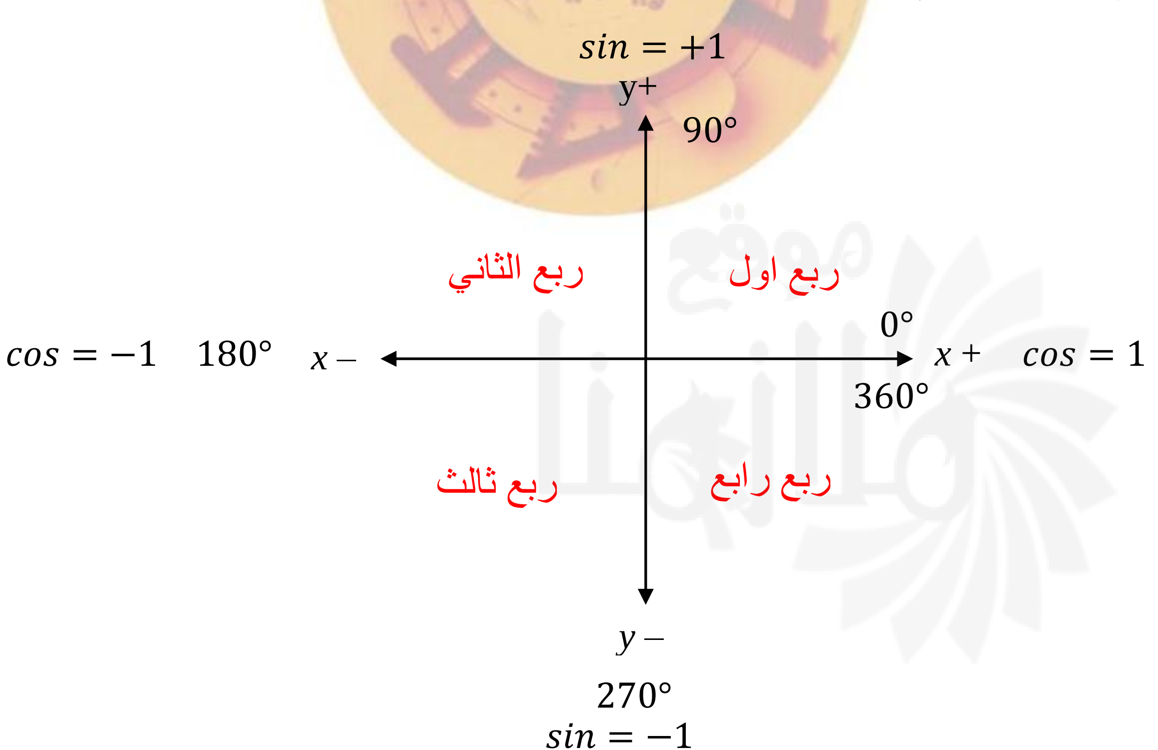
H. نحدد θ تقع في اي ربع.

07736982455

I. نطبق قانون الربع الذي تقع فيه $\boldsymbol{\theta}$.



J. قبل التطبيق بالقانون يجب تحويل الزاوية من التقدير الستيني الى التقدير الدائري (نحولها من رقم اعتيادي الى صيغة $\boldsymbol{\pi}$).



$\sin 30$, $\cos 60$ $\Big\rangle$ $\frac{1}{2}$

$\sin 60$, $\cos 30$ $\Big\rangle$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 45$, $\cos 45$ $\Big\rangle$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$30 = \frac{\pi}{6}$

$45 = \frac{\pi}{4}$

$60 = \frac{\pi}{3}$

$90 = \frac{\pi}{2}$

$180 = \pi$

$270 = \frac{3\pi}{2}$

$360 = 2\pi$



K. نطبق قانون الربع تقع فيه θ

L. كتابة قانون الصيغة القطبية

$$Z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta)$$

M. نطبق قيم r , θ في القانون.

N. بعد تعويض قيم θ في القانون نجد قيم . sin , cos

O. اذا كانت صيغة السؤال متكونة من جزء حقيقي او جزء تخيلي فقط. فأن الصيغة القطبية تكتب بشكل مباشر.

- اذا كانت الصيغة هي جزء حقيقي فقط و كانت موجب فأن الصيغة القطبية لها هي

$+a$

$[\ Z = a\,(\cos 0 + i \sin 0)\ ]$

- اذا كانت الصيغة هي جزء حقيقي فقط و كانت سالب فأن الصيغة القطبية لها هي

$-a$

$[\ Z = a\,(\cos \pi + i \sin \pi)\ ]$

- اذا اعطى في السؤال الجزء التخيلي فقط و كان موجب فأن الصيغة القطبية لها هي

$+bi$

$[\ Z = b\,(\cos\frac{\pi}{2} + i \sin\frac{\pi}{2})\ ]$

- اذا اعطى في السؤال الجزء التخيلي فقط و كان سالب فأن الصيغة القطبية له هي

$-bi$

$[\ Z = b\,(\cos\frac{3\pi}{2} + i \sin\frac{3\pi}{2})\ ]$

٥. يستخدم الأس بتوزيعه على القوس و r (مبرهنه ديموفر)

$$[Z = r^n\,(\cos\theta + i \sin\theta\,)]^n$$

٦. يوزع الأس المرفوع على القوس $\sin\theta , \cos\theta$

٧. اذا كان الاس اشارته سالبة فأن اشارة (sin) فقط سوف تتغير اما بالنسبة للـ (r) يقلب الى المقام.وتبقى cos موجبه دائما لانها داله زوجيه

٨. اذا احتجنا الى مساواةالاساسللقوس تسحب (n) من الزاوية الى (الاس) مع الاشارة ان وجدت.

*عند القسمة تطرح الاسس

* تستخدم مبرهنة ديموافر اذا طلب ذلك في السؤال او وجود اس غير نسبي

ملاحظة// عند وجود رقم مجوار للزاوية القياسية:

اولا) يهمل الرقم و نجد قيمة الزاوية.

ثانيا) يضرب الرقم المجاور للزاوية xالتقدير الستيني لها. عن طريق الناتج تتعرف على الربع الذي تقع فيه θ وتكتب الاشارات.

- اذا كان الناتج اكبر من 360 نقسم على 360 ويمثل الباقي موقع الربع

س/ احسب ما يأتي:

1. $\left[\cos\frac{5\pi}{24} + i\sin\frac{5\pi}{24}\right]^4$

Sol/

$$= \left[\cos 4\frac{5\pi}{24} + i\sin 4\frac{5}{24}\right]$$

$$= \left[\cos 5\frac{\pi}{6} + i\sin 5\frac{\pi}{6}\right]$$

$$= \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right]$$

2. $\left[\cos\frac{7}{12}\pi + i\sin\frac{7}{12}\pi\right]^{-3}$

$$= \left[\cos 3\frac{7}{12}\pi - i\sin 3\frac{7}{12}\pi\right]$$

$$= \left[\cos 7\frac{\pi}{4} - i\sin 7\frac{\pi}{4}\right]$$

$$= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right]$$

س/ احسب ما يأتي:

$$\frac{(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)^2}{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^2}[\cos\theta - i\sin\theta]$$

$$= \frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta + i\sin\theta)^6}[\cos\theta + i\sin\theta]^{-1}$$

$$= (\cos\theta + i\sin\theta)^4(\cos\theta + i\sin\theta)^{-1}$$

$$= (\cos\theta + i\sin\theta)^3$$

$$= \cos 30 + i\sin 30$$

س/ احسب بأستخدام مبرهنة ديموافر:-

$$(1-i)^7$$

$$(1,-1)$$

$$x\ ,y$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2}$$

$$r = \sqrt{2}$$

$$\left.\begin{array}{l}\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}}\end{array}\right] = 45 \Rightarrow \frac{\pi}{4}$$

θ تقع في الربع الرابع

$$\theta = 2\pi - \theta$$

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$\theta = \frac{7\pi}{4}$$

$$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$Z = \sqrt{2}\left(\cos 7\frac{\pi}{4} + i\sin 7\frac{\pi}{4}\right)$$

$$Z = r^n(\cos\theta + i\sin\theta)^n$$

$$Z = \left(\sqrt{2}\right)^7\left(cos\, 7\frac{\pi}{4} + i\ \ sin\, 7\frac{\pi}{4}\right)^7$$

$$Z = 8\sqrt{2}\left(cos\, 7\frac{\pi}{4} + i\ \ sin\, 7\frac{\pi}{4}\right)$$

$$Z = 8\sqrt{2}\left(cos\frac{49\pi}{4} + i\ \ sin\frac{49\pi}{4}\right)$$

$$Z = 8\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$$

$$Z = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}}i \Rightarrow (8 + 8i)$$

ملاحظة// اذا طلب في السؤال جذور التربيعيه أو ايجاد الجذور التربيعية أو ايجاد ناتج سينتهي الحل خالي من cos , sin

س/ بأستخدام مبرهنة ديموافر؟

$$\left(\sqrt{3} + i\right)^{-9}$$

$$(\sqrt{3}\ \ , 1)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2}$$

$$r = \sqrt{3 + 1}$$

$$r = \sqrt{4}$$

$$r = 2$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{y}{r} = \frac{1}{2} \\ \cos\theta &= \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}\right] = 30 \Rightarrow \frac{\pi}{6}$$

θ تقع في الربع الاول

$$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$Z = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$$

$$Z = r^n(\cos\theta + i\sin\theta)^n$$

$$Z = 2^{-9}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)^{-9}$$

$$Z = \frac{1}{2^9}\left(\cos 9\frac{\pi}{6} - i\sin 9\frac{\pi}{6}\right)$$

$$Z = \frac{1}{512}\left(\cos\frac{3\pi}{2} - i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$Z = \frac{1}{512}(0 + i)$$

$$Z = 0 + \frac{1}{512}i$$

$$Z = \frac{1}{512}i$$

*عند ضرب التقدير الستيني للزاوية في الرقم المجاور لها فإذا كان الناتج اكبر من 360 يقسم على 360 ويمثل الباقي موقع الربع

س/ احسب باستخدام مبرهنة ديموافر

$$\left(\sin\frac{7\pi}{12}+i\cos\frac{7\pi}{12}\right)^{-3}$$

انتبه: لا يمكن تطبيق مبرهنة ديموافر الا اذا كان العدد المركب بالصورة القطبية

$$(\cos\theta+i\sin\theta)^n$$

$$\left(-i^2\sin\frac{7\pi}{12}+i\cos\frac{7\pi}{12}\right)^{-3}$$

$$\left[i\left(-i\sin\frac{7\pi}{12}+\cos\frac{7\pi}{12}\right)\right]^3=\left[i\left(\cos\frac{7\pi}{12}-i\sin\frac{7\pi}{12}\right)\right]^{-3}$$

$$i^{-3}\left(\cos(3)\frac{7\pi}{12}+i\sin(3)\frac{7\pi}{12}\right)$$

$$=i^{-3}.\ i^4\left(\cos\frac{7\pi}{4}-i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$$

ملاحظة $i^4=1$

$$i\left(\frac{1}{\sqrt2}-\frac{1}{\sqrt2}i\right)=\frac{1}{\sqrt2}i-\frac{1}{\sqrt2}i^2$$

$$=\frac{1}{\sqrt2}+\frac{1}{\sqrt2}i$$

نتيجة مبرهنة ديموافر

١.تستخدم عندما يطلب في السؤال جد بأستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر او جد الجذر الـ(...).

٢. تستخدم اذا احتوى القوس على اس بصيغة عدد نسبي.

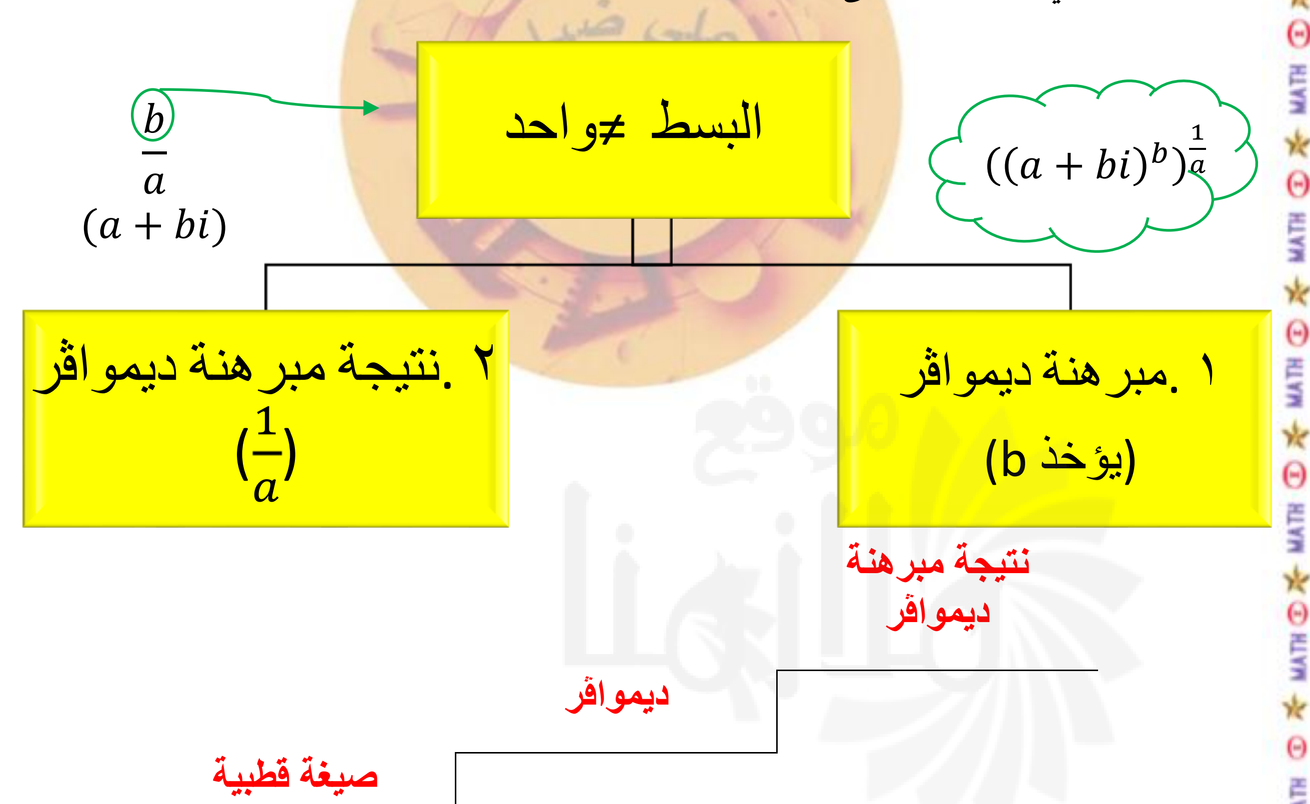
٣. اذا كان العدد النسبي بسطة واحد فأن السؤال نتيجة مبرهنة ديموافر فقط.

البسط = واحد

$\frac{1}{a}$ (نتيجة مبرهنة ديموافر فقط)

$(a+bi)$

٤. اذا كان السؤال يحتوي على اس عدد نسبي (كسر) و كان البسط ≠ واحدفيحل السؤال بخطوتي الخطوة الاولى مبرهنة ديموافر و الخطوة الثانية نتيجة مبرهنة ديموافر.



٥. في حال كان الأس عدد نسبي (كسر) و بسطة يساوي اولا يساوي واحد يجب ايجاد الصيغة القطبية.

٦. ايجاد الصيغة القطبية:

A. نحدد صيغة العدد المركب المعطاة في السؤال.

B. اذا كانت الصيغة ليست بالصيغة الاعتيادية يجب تحويلها الى (*a+bi*) قبل البدء بحل السؤال.

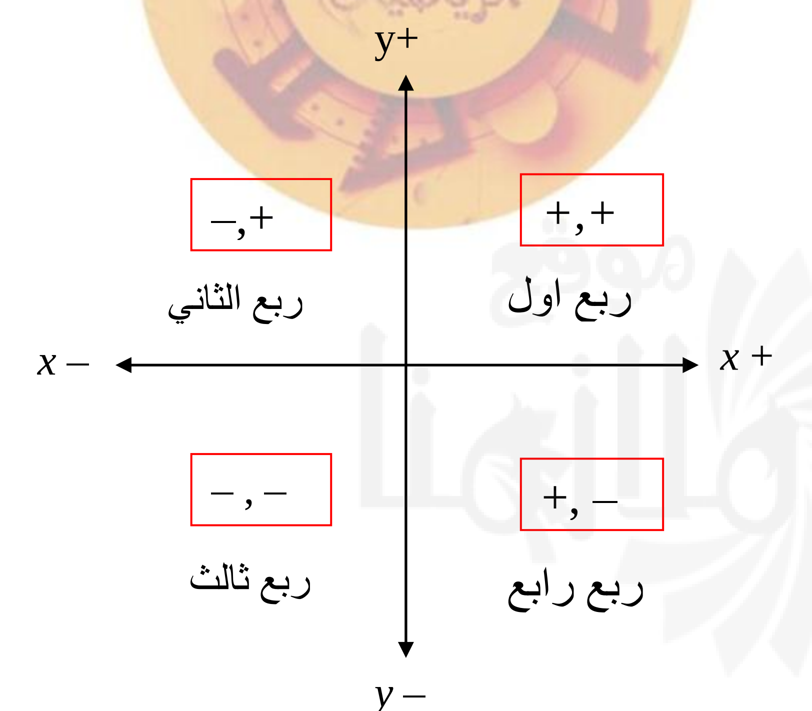
C. نحول الصيغة الى صيغة ديكارتية حيث يمثل الجزء الحقيقي مع اشارته قيمة x و الجزء التخيلي مع اشارته خالي من (*i*) قيمة y

D. نحدد الاحداثيت على نقطة

$$a + bi$$
$$(a, b)$$
$$(x, y)$$

E. نحدد من النقطة الربع الذي تقع فيه θ

المستوى الأحداثي



F. نجد المقياس (r) بأستخدام القانون التالي:-

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

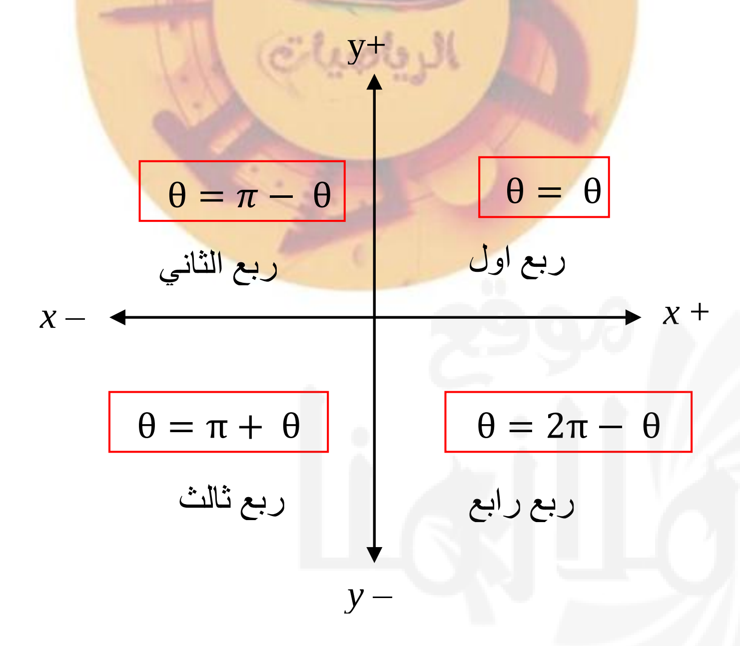
G. نجد $\sin\theta$, $\cos\theta$ بأستخدام القوانين التالية:

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

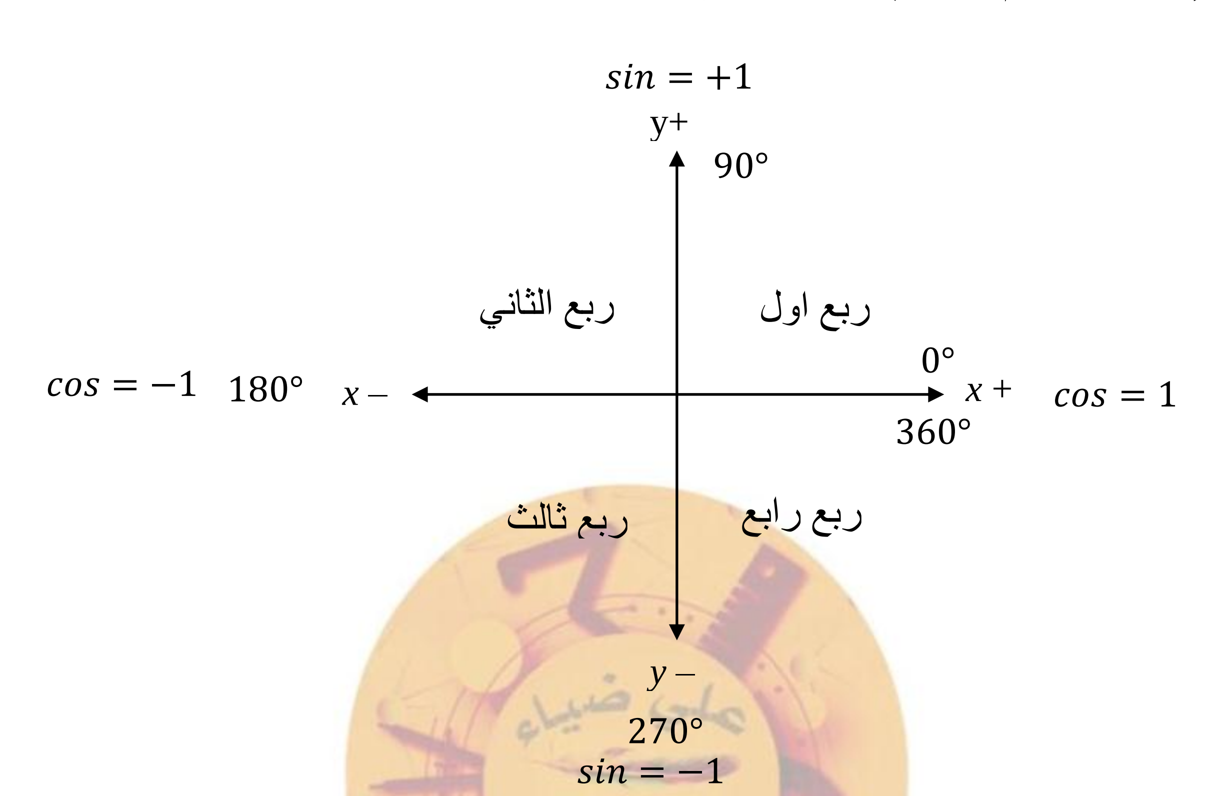
$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

H. نحدد θ تقع في اي ربع.

I. نطبق قانون الربع الذي تقع فيه θ.



J. قبل التطبيق بالقانون يجب تحويل الزاوية من التقدير الستيني الى التقدير الدائري (نحوها من رقم اعتيادي الى صيغة π).



$$\left.\begin{matrix}\sin 30\\ \cos 60\end{matrix}\right\rangle \frac{1}{2}$$

$$\left.\begin{matrix}\sin 60\\ \cos 30\end{matrix}\right\rangle \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\left.\begin{matrix}\sin 45\\ \cos 45\end{matrix}\right\rangle \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$30 = \frac{\pi}{6}$$

$$45 = \frac{\pi}{4}$$

$$60 = \frac{\pi}{3}$$

$$90 = \frac{\pi}{2}$$

$$180 = \pi$$

$$270 = \frac{3\pi}{2}$$

$$360 = 2\pi$$

K. نطبق قانون الربع تقع فيه θ

L. كتابة قانون الصيغة القطبية

$$Z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta)$$

M. نطبق قيم r , θ في القانون.

N. بعد تعويض قيم θ في القانون نجد قيم . sin , cos

O. اذا كانت صيغة السؤال متكونة من جزء حقيقي او جزء تخيلي فقط. فأن الصيغة القطبية تكتب بشكل مباشر.

- اذا كانت الصيغة هي جزء حقيقي فقط و كانت موجب فأن الصيغة القطبية لها هي

$+a$

$$[\ Z = a\,(\cos 0 + i\sin 0)\ ]$$

- اذا كانت الصيغة هي جزء حقيقي فقط و كانت سالب فأن الصيغة القطبية لها هي

$-a$

$$[\ Z = a\,(\cos\pi + i\sin\pi)\ ]$$

- اذا اعطى في السؤال الجزء التخيلي فقط و كان موجب فأن الصيغة القطبية لها هي

$+bi$

$$[\ Z = b\,(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})\ ]$$

- اذا اعطي في السؤال الجزء التخيلي فقط و كان سالب فأن الصيغة القطبية له هي

$-bi$

$$[\ Z = b\,(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2})\ ]$$

٧. ايجاد مبرهنة ديموافر (اذا تطلب ذلك).

١. تحديد صيغة العدد المركب المعطاة في السؤال.

٢. تكون صيغة العدد المركب مرفوعة الى اس.

٣. يشترط ان لا يكون الأسس عدد نسبي.

٤. ايجاد الصيغة القطبية.

٥. نتبع الخطوات التالية لأيجاد الصيغة القطبية.

(لا نتلاعب بالأسس).

P. نحدد صيغة العدد المركب المعطاة في السؤال.

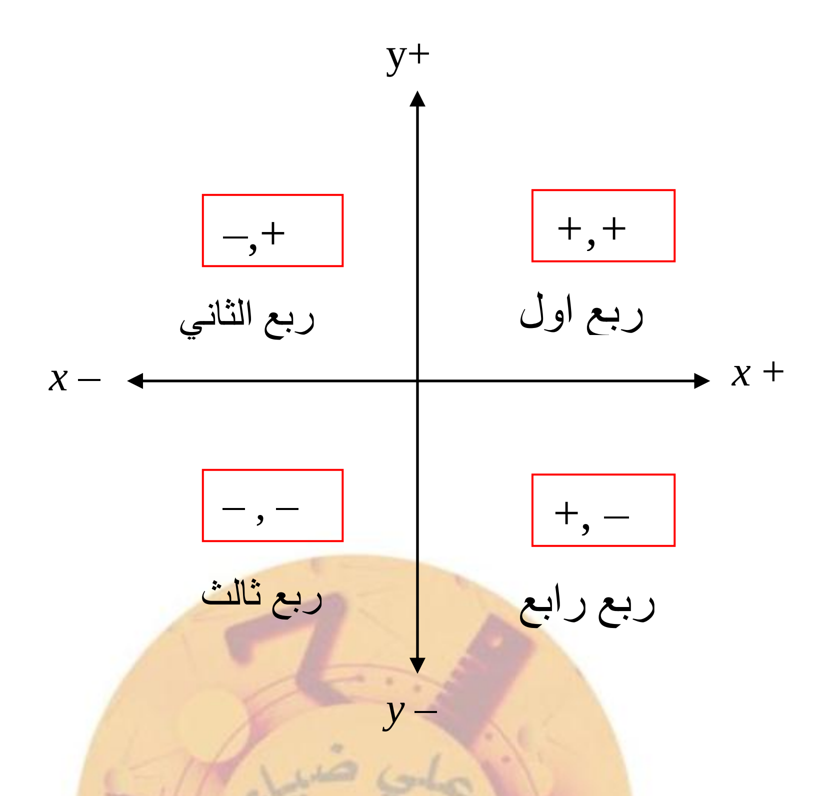
Q. اذا كانت الصيغة ليست الصيغة الاعتيادية يجب تحويلها الى $(a + bi)$ قبل البدء بحل السؤال.

R. نحول الصيغة الى صيغة ديكارتية حيث يمثل الجزء الحقيقي مع اشارته قيمة x و الجزء التخيلي مع اشارته خالي من (i) قيمة y

S. نحدد الأحداثيات على النقطة

$$a + bi$$
$$(\ a, b)$$
$$(x, y)$$

T-نحدد من النقطة الربع الذي تقع فيه θ



A.نجد المقياس (r) بأستخدام القانون التالي:-

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

B.نجد $\sin\theta$, $\cos\theta$ بأستخدام القوانين التالية:

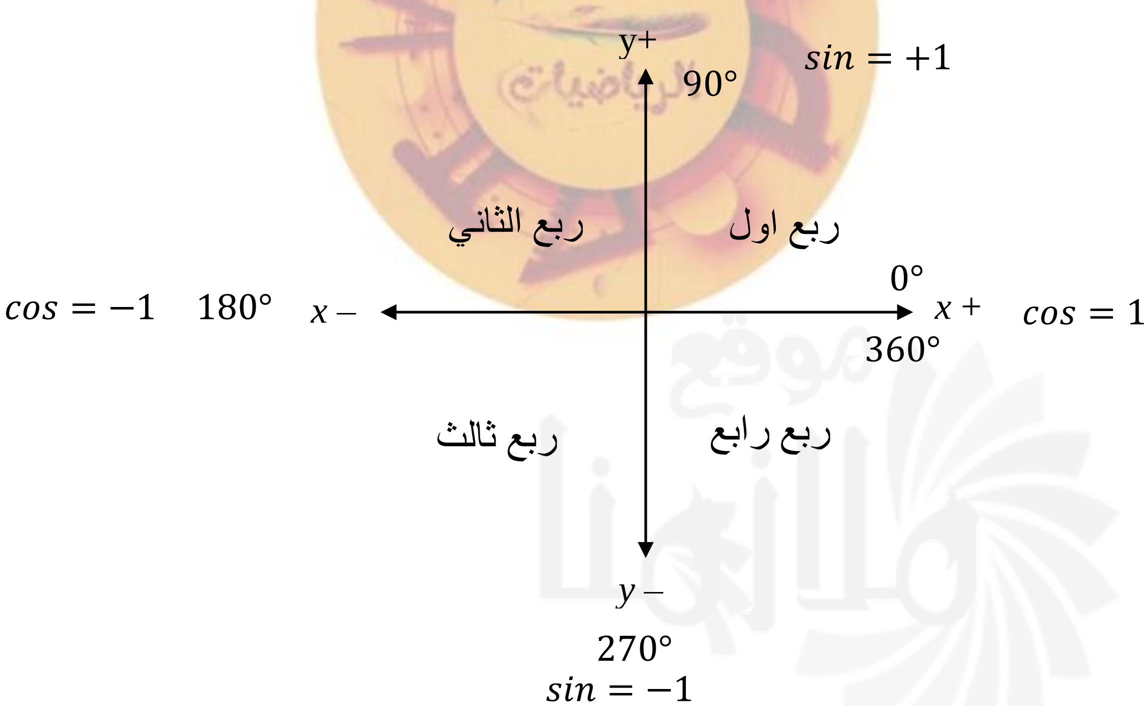
$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

C.نحدد θ تقع في اي ربع.

D.نطبق قانون الربع الذي تقع فيه θ.

E. قبل التطبيق بالقانون يجب تحويل الزاوية من التقدير الستيني الى التقدير الدائري (نحوها من رقم اعتيادي الى صيغة π).



$$\left.\begin{array}{r}\underline{\sin 30}\\ \underline{\cos 60}\end{array}\right\rangle \frac{1}{2}$$

07736982455

$$\left.\begin{array}{l}\underline{\sin 60}\\ \underline{\cos 30}\end{array}\right\rangle \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l}\underline{\sin 45}\\ \underline{\cos 45}\end{array}\right\rangle \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$30 = \frac{\pi}{6}$$

$$45 = \frac{\pi}{4}$$

$$60 = \frac{\pi}{3}$$

$$90 = \frac{\pi}{2}$$

$$180 = \pi$$

$$270 = \frac{3\pi}{2}$$

$$360 = 2\pi$$



F. نطبق قانون الربع تقع فيه θ

G.كتابة قانون الصيغة القطبية

$$Z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta)$$

H. نطبق قيم θ , r في القانون.

I. بعد تعويض قيم θ في القانون نجد قيم . $sin\,, cos$

J. اذا كانت صيغة السؤال متكونة من جزء حقيقي او جزء تخيلي فقط. فأن الصيغة القطبية تكتب بشكل مباشر.

- اذا كانت الصيغة هي جزء حقيقي فقط و كانت موجب فأن الصيغة القطبية لها هي

$+a$

$[\ Z = a\,(\cos 0 + i \sin 0)\ ]$

- اذا كانت الصيغة هي جزء حقيقي فقط و كانت سالب فأن الصيغة القطبية لها هي

$-a$

$[\ Z = a\,(\cos \pi + i \sin \pi)\ ]$

- اذا اعطي في السؤال الجزء التخيلي فقط و كان موجب فأن الصيغة القطبية لها هي

$+bi$

$[\ Z = b\,(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})\ ]$

- اذا اعطي في السؤال الجزء التخيلي فقط و كان سالب فأن الصيغة القطبية له هي

$-bi$

$[\ Z = b\,(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2})\ ]$

٩. يستخدم الأس بتوزيعه على القوس

$$[Z = r^n\,(\cos\theta + i \sin \theta\,)]^n$$

١٠. يوزع الأس المرفوع على القوس $\sin\theta\,,\cos\theta$

١١. اذا كان الاس اشارته سالبة فأن اشارة (sin) فقط سوف تتغير اما بالنسبة للـ (r) يقلب الى المقام.

نكمل خطوات نتيجة مبرهنة ديموافر...

١٢. اذا ذكر في السؤال كلمة جذور فأنها نتيجة مبرهنة ديموافر.

*ملاحظة// اذا ذكر الجذور التربيعية يجب ان نحدد طريقة الحل (بند4-1) أو (نتيجة مبرهنة ديموافر).

١٣. دليل الجذر يمثل مقام الأس.
١٤. عند حل نتيجة مبرهنة ديموافر يوزع الاس النسبي على المقياس (r) و الصيغة القطبية.
١٥. (r) تفتح كجذر
١٦. يضرب مقام الأس x مقام الزاوية.
١٧. يضاف $(+)$ الى اكل زاوية $2k\pi$

$$Z = r^{\frac{1}{n}}(\cos\theta + i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$$

$$Z = \sqrt[n]{r}\left(\frac{\cos\theta + 2k\pi + i\sin\theta + 2k\pi}{\text{مقام الزاوية} * (n)}\right)$$

١٤. قيم k هي الأعداد ابتداء من الصفر الى ما قبل الجذر (مقام الأس) حيث يكون الجذر غير داخل.

س/ أوجد الصيغة القطبية للمقدار $(\sqrt{3}+i)^2$ ثم جد الجذور الخمسة له.

الحل//

$(\sqrt{3}+i)^2$

$(\sqrt{3},1)$ الربع الأول

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

$r = \sqrt{(3)^2+(1)^2}$

$r = \sqrt{3+1}$

$r = \sqrt{4}$

$r = 2$

$$\left.\begin{array}{l} \sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{2} \\ \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right] = 30 \Rightarrow \frac{\pi}{6}$$

$\theta = \frac{\pi}{6}$ تقع الربعفي الأول θ

$Z = r(\cos\theta + i\ \sin\theta)$

$Z = 2\,(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$

$Z = r^n(\cos\theta + \sin\theta)^n$

$Z = (2)^2\,(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})^2$

$Z = 4\,(\cos 2\frac{\pi}{6} + i\sin 2\frac{\pi}{6})$

$Z = 4\,(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$

$Z = r^{\frac{1}{n}}\,(\cos\theta + i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$

$Z = (4)^{\frac{1}{5}}\,(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})^{\frac{1}{5}}$

$$Z = \sqrt[5]{4}\left(\frac{\cos\frac{\pi}{3} + 2k\pi}{15} + \frac{i\sin\frac{\pi}{3} + 2k\pi}{15}\right)$$

$Z_0 = \sqrt[5]{4}\left(\frac{\cos\pi}{15} + \frac{i\sin\pi}{15}\right)$ $\quad K = 0$

$Z_1 = \sqrt[5]{4}\left(\frac{\cos 7\pi}{15} + \frac{i\sin 7\pi}{15}\right)$ $\quad k = 1$

$$Z_2 = \sqrt[5]{4}\left(\frac{\cos 13\pi}{15} + \frac{i \sin 13\pi}{15}\right) \qquad k = 2$$

$$Z_3 = \sqrt[5]{4}\left(\frac{\cos 19\pi}{15} + \frac{i \sin 19\pi}{15}\right) \qquad k = 3$$

$$Z_4 = \sqrt[5]{4}\left(\frac{\cos 25\pi}{15} + \frac{i \sin 25\pi}{15}\right) \qquad k = 4$$

$$Z_4 = \sqrt[5]{4}\left(\frac{\cos 5\pi}{3} + \frac{i \sin 5\pi}{3}\right)$$

س/ حل المعادلة $x^3 + 1 = 0$

الحل//

$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{-1}$$

$$x = (-1)^{\frac{1}{3}}$$ (صيغة مركبعدد حقيقي السالب)

$$Z = (\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$Z = (\cos \pi + i \sin \pi)^{\frac{1}{3}}$$

$$Z = \left(\frac{\cos \pi + 2k\pi}{3} + \frac{i \sin \pi + 2k\pi}{3}\right)$$

$$Z_0 = \left(\frac{\cos \pi}{3} + \frac{i \sin \pi}{3}\right) \qquad k = 0$$

$$Z_0 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right)$$

$$Z_1 = \left(\frac{\cos 3\pi}{3} + \frac{i \sin 3\pi}{3}\right) \qquad k = 1$$

$$Z_1 = (\cos \pi + i \sin \pi)$$

07736982455

$$Z_1 = (-1 + 0i)$$

$$Z_1 = -1$$

$$Z_2 = \left(\frac{\cos 5\pi}{3} + \frac{i \sin 5\pi}{3}\right) \qquad k = 2$$

$$Z_2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right)$$

$$S\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right), (-1), \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right)\right]$$

ملاحظة// عندما تتكون صيغة السؤال من جزء واحد فقط حقيقي فقط أو تخيلي فقط موجب او سالب فأن كل زاوية تمثل الربع الذي تقع فيه.

*من خلال الصيغة المعطاة في السؤال نحدد الأشارة لكي نعرف من خلالها على ان الزاوية تقع في اي ربع من الارباع
اما
القيمة الأخيرة للزاوية سوف تتغير اشارتها بحسب الربع الذي تقع فيه.

س/ جد الجذور الستة للعدد $(-64i)$ بأستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر

الحل//

$-64i \Rightarrow$ (سالب) صيغه عدد مركب جزء تخيلي فقط

$$Z = 64\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$Z = r^{\frac{1}{n}}(\cos\theta + i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$$

$$Z = (64)^{\frac{1}{n}}(\cos\theta + i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$$

$$Z = \sqrt[6]{64}\left(\frac{\cos\frac{\pi}{3} + 2k\pi}{12} + \frac{i\sin\frac{\pi}{3} + 2k\pi}{12}\right)$$

$$Z = 2\left(\cos\frac{3\pi}{12} + i\sin\frac{3\pi}{12}\right)$$

$$Z_0 = 2\left(\cos\frac{3\pi}{12} + i\sin\frac{3\pi}{12}\right) \qquad k = 0$$

$$Z_0 = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$Z_1 = 2\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right) \qquad k = 1$$

$$Z_2 = 2\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right) \qquad k = 2$$

$$Z_3 = 2\left(\cos\frac{15\pi}{12} + i\sin\frac{15\pi}{12}\right) \qquad k = 3$$

$$Z_3 = 2\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$Z_4 = 2\left(\cos\frac{19\pi}{12} + i\sin\frac{19\pi}{12}\right) \qquad k = 4$$

$$Z_5 = 2\left(\cos\frac{23\pi}{12} + i\sin\frac{23\pi}{12}\right) \qquad k = 5$$

س/حل المعالد التاليه في الاعداد المركبه باستخدام نتيجه مبرهنه ديموفر



$$\frac{x^3}{i} - 27 = 0$$

1/2019 وزاري

$$\frac{x^3}{i} - 27 = 0$$

$$\frac{x^3}{i} = 27$$

$$x^3 = 27i$$

$$x = (27i)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 27\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$$

$$x = 27^{\frac{1}{3}}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$x = \sqrt[3]{27}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$x = 3\left(\frac{\cos\frac{\pi}{2} + 2k\pi + i\sin\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right)$$

$$k = 0$$

$$x_0 = 3\left(\frac{\cos\pi + i\sin\pi}{6}\right)$$

$$= 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

$$k = 1$$

$$x_1 = 3\left(\frac{\cos 5\pi + i\ \sin 5\pi}{6}\right)$$

$$= 3\left(\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$$

$$= \frac{-3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

$$k = 2$$

$$x_2 = 3\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$3(0 + i(-1))$$

$$= -3i$$

$$\therefore S = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i, \frac{-3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i, -3i\right)$$

الفصل الثاني

القطوع المخروطية

القطع المكافئ

الجدول الرئيسي للقطع المكافئ:

اتجاه الفتحة	معادلة دليل	بؤرة	معادلة قياسية	محور
	$x = -p$	$F = (p, 0)$	$y^2 = 4px$	سيني موجب
	x	$F = (-p, 0)$	$y^2 = -4px$	سيني سالب
	$y = -p$	$F = (0, p)$	$x^2 = 4py$	صادي موجب
	y	$F = (0, -p)$	$x^2 = -4py$	صادي سالب

ملاحظات:-

١. المعادلة القياسية للقطع الناقص يجب ان يكون المتغير من الدرجة الثانية في الطرف الايسر لوحده فقط.

٢. في المعادلة القياسية يجب ان يكون المتغير من الدرجة الثانية خالي من المعامل (معامل المتغير من الدرجة الثانية يساوي واحد)
٣. اذا كان معامل المتغيرمن الدرجة الثانية لا يساوي واحد.
a. اذا كان العدد طبيعي (المقام يساوي واحد) (معامل) نقسم طرفي المعادلة على المعامل
b. اذا كان العدد كسر (المعامل) نضرب طرفي المعادلة في مقلوب المعامل

٤. قيمة (p) موجبة دائما
٥. اذا كان السؤال لا يحتوي على المعادلة بالصيغة القياسية يجب ان نضع المعادلة بالصيغة القياسية لها و من ثم نبدأ بحل السؤال.

أمثلة توضيحية

ex / $4y^2 = 16x$

$4y^2 = 16x \quad] \div 4$

$y^2 = 4x$

ex/ $\frac{1}{5}x^2 = 3y$

$\frac{1}{5}x^2 = 3y \quad] * \frac{5}{1}$

$x^2 = 15y$

ملاحظة:

يمكن تحديد نوع القطع (سالب موجب)عن طريق معادلة دليل

a) اذا كانت معادلة دليل سالبة فأن القطع موجب.
b) اذا كانت معادلة دليل موجبة فأن القطع سالب.

صيغ اسئلة القطع المكافئ

الصيغة الأولى:

يعطي في السؤال معادلة و يكون المطلوب ايجاد الأحداثيات (بؤرة - معادلة دليل – رسم)

خطوات الحل:

١. نحدد من السؤال معادلة القطع المكافئ
٢. اذا كانت المعادلة بالصيغة القياسية لها نبدأ الحل بشكل مباشر
٣. اذا كانت المعادلة ليست بالصيغة القياسية نضعها في الصيغة القياسية لها
٤. تحديد نوع القطع سيني ام صادي

سالب ام موجب.

٥. اذا كانت المعادلة القطع تنتهي بـ x فأن القطع سيني.
٦. اذا كانت المعادلة القطع تنتهي بـ y فأن القطع صادي.
٧. تعتبر قيمة (p) العمود الفقري للقطع المكافئ.
٨. نجد قيمة (p) و ذلك عن طريق مقارنة المعادلة الرئيسية من السؤال مع المعادلة القياسية للقطع

a. خطوات المقارنة:

- ✓ تكتب المعادلة القياسية مع معادلة السؤال
- ✓ المتشابهات تحذف
- ✓ المختلفات تتساوى
- ✓ نجد قيمة (p)

b. نجد المطلب الرئيسي للسؤال.

س/ جد البؤرة و معادلة الدليل للقطع المكافئ؟

1) $4y^2 = 64x$

$4y^2 = 64x \quad] \div 4$

$y^2 = 16x$

$y^2 = 4px$

$4p = 16 \quad] \div 4$

$p = 4$

$F = (p, 0) \rightarrow \quad F = (4, 0)$

$x = -p$

$x = -4$

2) $x^2 + 24y = 0$

$x^2 = -24y$

$x^2 = -4\,py$

$4p = 24 \quad] \div 4$

$p = 6$

$F = (0, -p)$

$F = (0, -6)$

$y = p$

$y = 6$

3) $x^2 = -20y$

$x^2 = -20y$

$x^2 = -4py$

$4p = 20 \quad] \div 4$

$p = 5$

$F = (0, -p)$

$F = (0, -5)$

$y = p$

$y = 5$

4) $-y^2 - 16x = 0$

$-y^2 - 16x = 0$

$-16x = y^2$

$y^2 = -16x$

$y^2 = -4px$

$4p = 16 \quad] \div 4$

$p = 4$

$F = (-p, 0)$

$F = (-4, 0)$

$x = p$

$x = 4$

الصيغة الثانية:

يعطي في السؤال بؤرة و يطلب ايجاد معادلة القطع و معادلة الدليل و الرسم

خطوات الحل:

١) نحدد البؤرة من السؤال .

٢) من البؤرة نحدد القطع سيني ام صادي .

٣) من البؤرة نحدد القطع سالب ام موجب.

٤) من البؤرة نحدد قيمة (p).

٥) قيمة (p) موجب دائما.

٦) كتابة المعادلة القياسية للقطع .

٧) نعوض قيمة (p) في المعادلة القياسية.

س/ جد معادلة القطع المكافئ في كل مما يأتي:

1) $F = (3, 0)$

$p = 3$ سيني موجب

$y^2 = 4px$

$y^2 = 4(3)x$

$y^2 = 12x$

2) $F = (0, -\sqrt{3})$

$p = \sqrt{3}$ سالبصادي

$x^2 = -4py$

$x^2 = -4(\sqrt{3})y$

$x^2 = -4\sqrt{3}y$

3) $F = (-1, 0)$

$p = 1$ سيني سالب

$y^2 = -4px$

$y^2 = -4(1)x$

$y^2 = -4x$

4) $F = (0, 5)$

$p = 5$ صادي موجب

$x^2 = 4py$

$x^2 = 4(5)y$

$x^2 = 20y$

الصيغة الثالثة

يذكر بالسؤال الدليل يمر بالنقطة

خطوات الحل:

١) اذا لم يحدد بالسؤال محور القطع نحدده من النقطة.

٢) اذا كان احد احداثيات النقطة صفر فأن الحل يكون مباشر.

٣) اذا كان الاحداثي لا يحتوي على صفر يحل السؤال بخطوتين.

a. خطوة أولى: يحل السؤال على ان القطع السيني.

b. خطوة ثانية: يحل السؤال على ان القطع صادي.

٤) اذا حدد في السؤال محور القطع يكون الحل مباشر.

٥) نحدد قيمة (p) من النقطة.

٦) نحدد محور القطع من النقطة.

٧) دائما تؤخذ اشارة معادلة القطع عكس اشارة (p) في نقطة.

٨) قيمة (p) موجبة دائما.

س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره محور السينات و دليله يمر بالنقطة $(3, 2)$

$(3, 2)$

$p = 3$

$y^2 = -4px$

$y^2 = -4(3)x$

$y^2 = -12x$

س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي دليله يمر بالنقطة $(0, -5)$

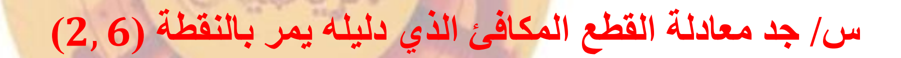
$(0, -5)$

$p = 5$

$x^2 = 4py$

$x^2 = 4(5)y$

$x^2 = 20y$



س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي دليله يمر بالنقطة $(2, 6)$

$(2, 6)$

علىقطع محور سينات$(2, 6)$

$p = 2$

$y^2 = -4px$

$y^2 = -4(2)x$

$y^2 = -8x$

علىقطع محور صادات$(2, 6)$

$p = 6$

$x^2 = -4py$

$x^2 = -4(6)y$

$x^2 = -24y$

س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي دليله يمر بالنقطة $(-6, 9)$

علىقطع محور سينات$(-6, 9)$

$p = 6$

$y^2 = 4px$

$y^2 = 4(6)x$

$y^2 = 24x$

علىقطع محور صادات$(-6, 9)$

$p = 9$

$x^2 = -4py$

$x^2 = -4(9)y$

$x^2 = -36y$

الصيغة الرابعة

أذا ذكر في السؤال ان القطع يمر بنقطة فأن النقطة تحقق المعادلة

١) نحدد محور القطع من السؤال عن طريق (بؤرة – معادلة – دليل – رسم – معادلة نفسها).

٢) نحدد النقطة المعطاة في السؤال.

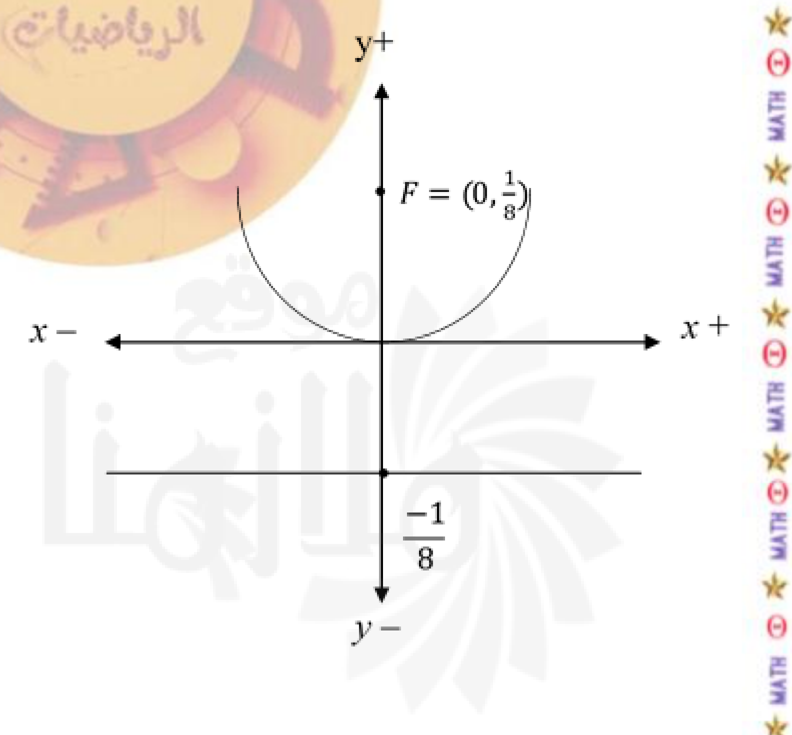
٣) عندما يذكر في السؤال ان القطع يمر بنقطة فأن النقطة تحقق القطع (كلمة تحقق تعني ان نعوض النقطة في x , y)

٤) نعوض النقطة في المعادلة القياسية او المعادلة المعطاة في السؤال و ذلك لأيجاد قيمة (p).

ملاحظة: قيمة (p) موجبة دائما.

٥) في هذه الصيغة يحتوي السؤال على مجهول (ثابت) نعوض النقطة في المعادلة لأيجاد الثابت ونجد مطلب السؤال.

س/ قطع مكافئ معادلته $Ax^2 + 8y = 0$ يمر بالنقطة $(1, 2)$ جد قيمة A ثم جد بؤرته و دليله و ارسم القطع.



$(1, 2)$

$Ax^2 + 8y = 0$

$A(1)^2 + 8(2) = 0$

$A + 16 = 0$

$A = -16$

$Ax^2 + 8y = 0$

$-16x^2 + 8y = 0$

$-16x^2 = -8y \quad] \div 16$

$x^2 = \frac{1}{2}y$

$x^2 = 4py$

$$4p = \frac{1}{2} \quad] \div 4$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$p = \frac{1}{8}$$

$$F = (0, p)$$

$$F\left(0, \frac{1}{8}\right)$$

$$y = -p$$

$$y = -\frac{1}{8}$$

س/ قطع مكافئ معادلته $Ax^2 - 8y = 0$ يمر بالنقطة $(1,2)$ جد قيمة A ثم جد بؤرته و دليله و ارسم القطع.

$$(1,2)$$

$$Ax^2 - 8y = 0$$

$$A(1)^2 - 8(2) = 0$$

$$A - 16 = 0$$

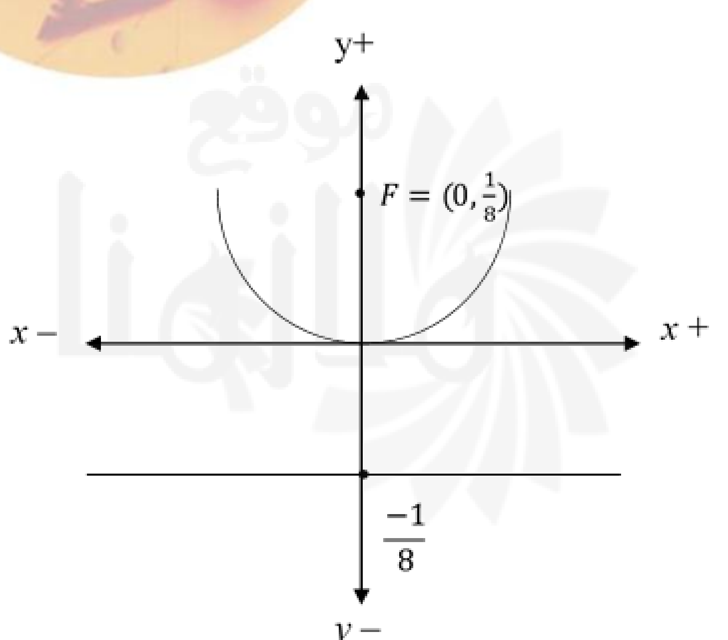
$$A = 16$$

$$Ax^2 - 8y = 0$$

$$16x^2 - 8y = 0$$

$$16x^2 = 8y \quad] \div 16$$

$$x^2 = \frac{1}{2}y$$



$$x^2 = 4py$$

$$4p = \frac{1}{2} \quad] \div 4$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$p = \frac{1}{8}$$

$$F = (0, p)$$

$$F\left(0, \frac{1}{8}\right)$$

$$y = -p$$

$$y = -\frac{1}{8}$$



الصيغة الخامسة

اذا ذكر في السؤال ان القطع المكافئ يمر بنقطتين

١) نحدد النقطتين من السؤال

٢) نحدد محور القطع عن طريق الاحداثي المتشابه بالمقدار و الأشارة

٣) اذا كان احداثي محور السينات متشابه بالمقدار و اشارته موجبة فأن معادلة القطع هي

$$y^2 = 4px$$

٤) اذا كان احداثي محور السينات متشابه بالمقدار و اشارته سالبة فأن معادلة القطع هي

$$y^2 = -4px$$

07736982455

٥) اذا كان احداثي محور الصادات متشابه بالمقدار و اشارته موجبة فأن معادلة القطع هي

$$x^2 = 4py$$

٦) اذا كان احداثي محور الصادات متشابه بالمقدار و اشارته سالبة فأن معادلة القطع هي

$$x^2 = -4py$$

٧) نختار احدى النقطتين و نعوضها في معادلة القطع لأيجاد قية (p)

٨) نجد مطلب السؤال

س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين $(2,-5)$ $(-2,-5)$ و الرأس نقطة الاصل.

$(-2,-5)(2,-5)$

التناضر حول محور الصادات السالب

$$x^2 = -4py$$

$(2)^2 = -4p(-5)(2,-5)$نقطة

$4 = 20p \quad] \div 20$

$$p = \frac{1}{5}$$

$$x^2 = -4py$$

$$x^2 = -4\left(\frac{1}{5}\right)y$$

$$x^2 = \frac{-4}{5}y$$



س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين $(-1,2)$ $(1,2)$ و الرأس نقطة الاصل ثم جد البؤرة و معادلة الدليل.

$(1,2)(-1,2)$

التناظر حول محور الصادات الموجب

$x^2 = 4py$ نقطة$(1,2)$

$(1)^2 = 4p(2)$

$1 = 8p \quad] \div 8$

$p = \frac{1}{8}$



$x^2 = 4py$

$x^2 = 4\left(\frac{1}{8}\right)y$

$x^2 = \frac{4}{8}y$

$x^2 = \frac{1}{2}y$

$F = (0,p)$

$F = \left(0,\frac{1}{8}\right)$

$y = -p$

$y = -\frac{1}{8}$

الصيغة السادسة

اذا ذكر في السؤال المسافة بين البؤرة و الدليل.

١) نحدد المسافة بين البؤرة و الدليل المعطاة في السؤال
٢) نستخدم القانون التالي:

المسافة بين البؤرة و الدليل $= 2p$

٣) الناتج يمثل قيمة (p)
٤) نجد مطلب السؤال.

ملاحظة: اذا لم يحدد في السؤال محور القطع يحل السؤال بأحتمالين سيني أو صادي (و نأخذ كلا الأحتمالين بالموجب و السالب)

س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي تكون المسافة بين بؤرته و دليله 8 وحدات و محوره محور السينات.

$$2p = 8 \quad] \div 2$$

أحتمال أول

$$p = 4$$
$$y^2 = 4px$$
$$y^2 = 4(4)x$$
$$y^2 = 16x$$

أحتمال ثاني

$$y^2 = -4px$$
$$y^2 = -4(4)x$$
$$y^2 = -16x$$

القطع الناقص

١) القطع الناقص هو مجموعة من النقاط تقع على المستوى الأحداثي
٢) في القطع الناقص دائما تكون قيمة

$a > b$
$a > c$

٣) الرموز المستخدمة في القطع الناقص

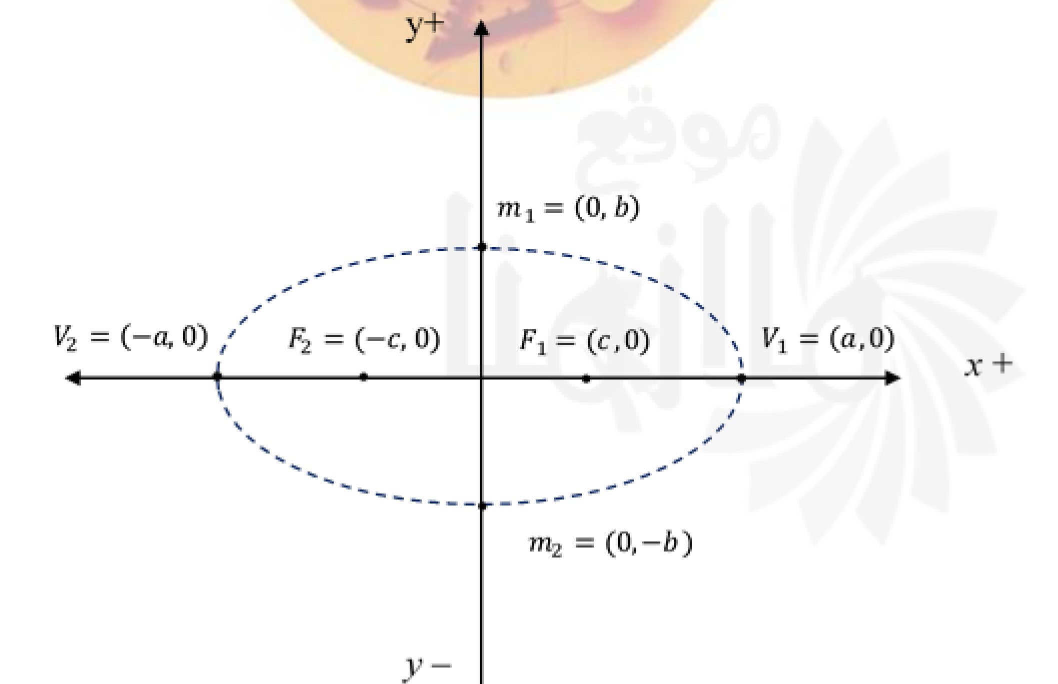
$F \rightarrow$ بؤرة
$V \rightarrow$ رأس
$m \rightarrow$ قطب

ملاحظة: دائما يكون القطب عكس محور البؤرة

الاحداثيات على محور السينات

$F_1(c,0)F_2(-c,0)$
$V_1(a,0)V_2(-a,0)$
$m_1(0,b)m_2(0,-b)$

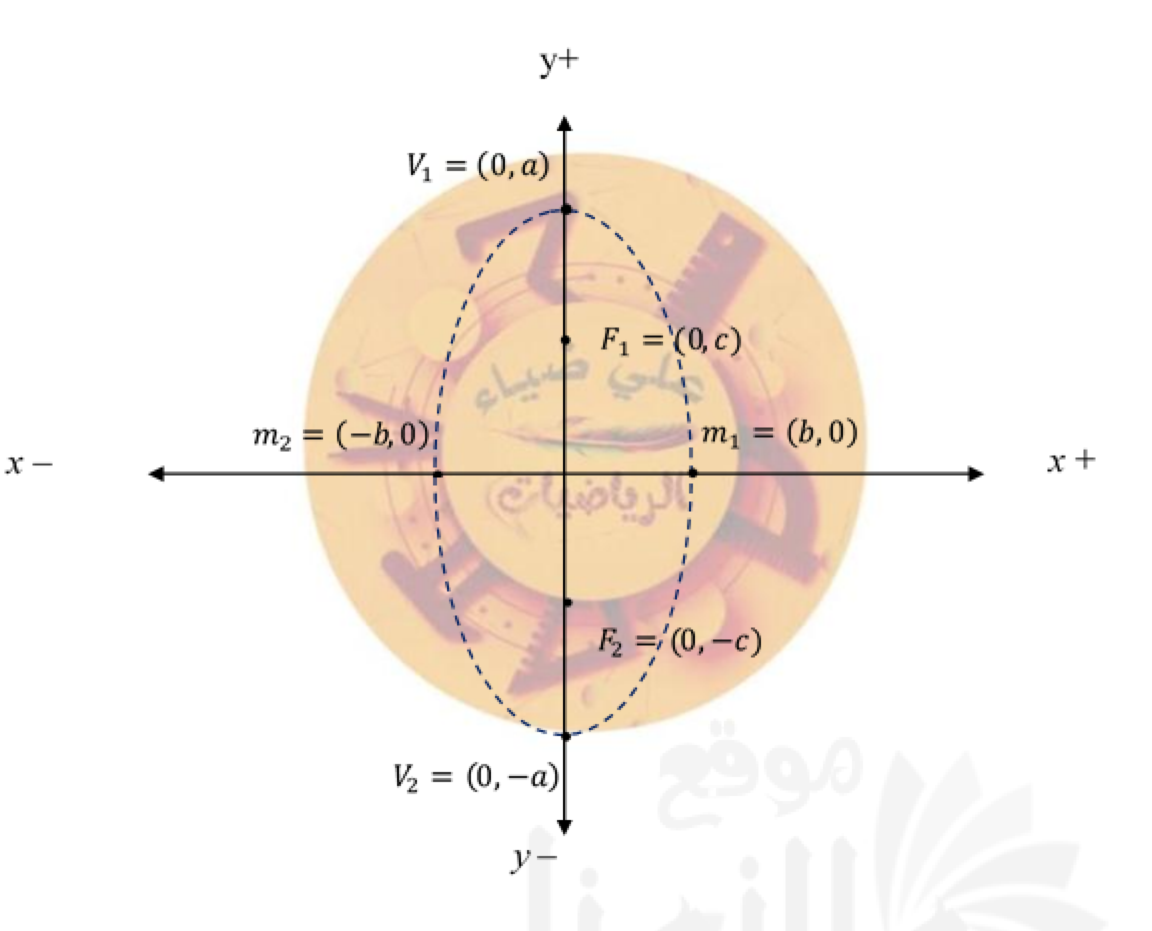
الرسم على محور السينات:



الاحداثيات على محور الصادات

$F_1(0,c)F_2(0,-c)$
$V_1(0,a)V_2(0,-a)$
$m_1(b,0)m_2(-b,0)$

الرسم على محور الصادات:



المعادلة القياسية للقطع الناقص:

$$\frac{1\,x^2}{a^2}+\frac{1\,y^2}{b^2}=1$$

دائما تساوي واحد

- شروط المعادلة القياسية

١) يجب ان يكون معامل x^2 , y^2 $= 1$

٢) اذا كانت معاملات x^2 , y^2 لا تساوي واحد فأنها تقلب الى [مقام للمقام].

٣) اذا كان ناتج المعادلة لا يساوي واحد.

a) اذا كان الناتج عدد طبيعي، نقسم طرفي معادلة على الناتج

b) اذا كان الناتج عدد نسبي تضرب طرفي المعادلة x مقلوب العدد النسبي

ملاحظة: في سؤال القطع الناقص فقط

اذا كان المعادلة غير قياسية و تحتوي على معامل x^2 و معامل y^2 و الناتج لا تساوي واحد،نقسم المعادلة على الناتج و يكون معامل x^2 مقام ل y^2 و معامل y^2 مقام x^2.

ex/ $16x^2 + 9y^2 = 144 \quad] \div 144$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$$

ex/ $\frac{3x^2}{5} + \frac{7y^2}{2} = 1$

$$\frac{x^2}{\frac{5}{3}} + \frac{y^2}{\frac{2}{7}} = 1$$

ex / $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = \frac{1}{5} \quad] * 5$

$$\frac{5x^2}{3} + \frac{5y^2}{2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{3}{5}} + \frac{y^2}{\frac{2}{5}} = 1$$

الرموز المستعملة للقطع الناقص

طول المحور الكبير – البعد بين الرأسين $= 2a$

العدد الثابت

طول المحورالصغير – البعد بين القطبين $= 2b$

البعد البؤري– البعد بين البؤرتين $= 2c$

قوانين القطع الناقص

١) معادلة القطع الناقص على محور السينات//

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- الأشارة بين الحدين (+)
- تكون a^2 في الحد الاول (a^2 مع x^2)
- معامل x^2, y^2 و الناتج $= 1$

٢) معادلة قطع ناقص على محور الصادات:-

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

- الأشارة بين الحدين (+)
- تكون a^2 في الحد الثاني (a^2 مع y^2)
- معامل x^2, y^2 و الناتج $= 1$

٣) طول المحور الكبير

طول المحور الكبير= $2a$

٤) طول المحور الصغير

طول المحور الصغير = $2b$

٥) البعد بين البؤرتين

البعد بين البؤرتين =$2c$

٦) قانون عام للقطع الناقص

$$a^2 = b^2 + c^2$$

- اذا كان لدينا في السؤال مجهول واحد فقط يستخدم القانون العام لايجاد مجهول
- اذا كان لدينا في السؤال مجهولين يستخدم القانون العام لتكوين معادلة

٧) مساحة

$$A = \pi ab$$

٨) المحيط

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

٩) الاختلاف المركزي e

$$e = \frac{c}{a} \qquad e < 1$$

- اذا اعطى في السؤال مساحة او محيط فأنها دلالة على القطع الناقص
- الاختلاف المركزي في القطع الناقص قيمته اصغر من 1 $\quad e < 1$

١٠) معادلة المحور

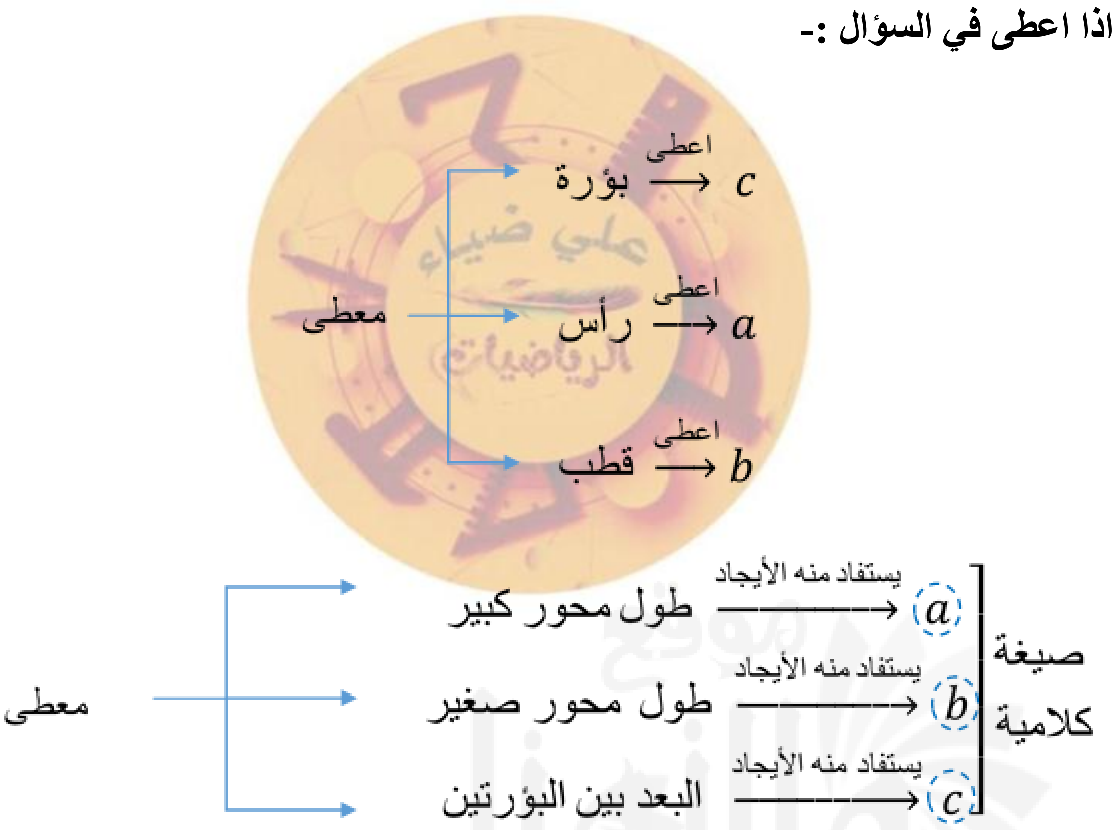
- القطع على محور السينات

معادلة المحور الكبير $y = 0$
معادلة المحور الصغير $x = 0$

- القطع على محور الصادات

معادلة المحور الكبير $x = 0$
معادلة المحور الصغير $y = 0$

اذا اعطى في السؤال :-



صيغة كلامية

معطى
- طول محور كبير ← يستفاد منه الأيجاد a
- طول محور صغير ← يستفاد منه الأيجاد b
- البعد بين البؤرتين ← يستفاد منه الأيجاد c

الصيغة الكلامية للقطع الناقص

١) مجموع طولي محوريه

$2a + 2b = \boxed{\text{عدد}}$

٢) مجموع مربعي طولي محوريه

$(2a)^2 + (2b)^2 = \boxed{\text{عدد}}$

٣) فرق بين طولي محوريه

$2a - 2b = \boxed{+\text{عدد}}$

$2b - 2a = \boxed{-\text{عدد}}$

٤) النسبة بين طولي محوريه

$\frac{\text{كبير}}{\text{صغير}} \frac{2a}{2b} = \boxed{1 < \text{ناتج}}$

$\frac{\text{صغير}}{\text{كبير}} \frac{2b}{2a} = \boxed{1 > \text{ناتج}}$

٥) النسبة بين طول محوره الكبير الى طول محوره الصغير

* كل شيء بعد حرف (الى) هو مقام $\frac{2a}{2b}$

٦) مجموع طول محوره الكبير و نصف طول محوره الصغير

$2a + \frac{1}{2} 2b = \boxed{\text{عدد}}$

٧) طول محوره الكبير يزيد على طول محوره الصغير

* كلمة يزيد يعني (–) $2a - 2b = \boxed{\text{عدد}}$

٨) طول محوره الكبير ثلاث امثال طول محوره الصغير

$$2a = 3(2b)$$

ملاحظة// اذا اعطى في السؤال المساحة A او المحيط P أو الاختلاف المركزي e يستفاد من القوانين او المعطيات لأيجاد علاقة او معادلة.

ملاحظة// عند عدم وجود قيمة π تعوض $\frac{22}{7}$ أو 3.14 حسب السؤال.

الاسئلة المزدوجة

(قطع ناقص مع قطع مكافئ)

* في حال الربط بين القطع الناقص و القطع المكافئ يجب ان نجد p من القطع المكافئ لأنها تمثل $(a - b - c)$ للقطع الناقص حسب منطوق السؤال.

* كلاميات القطع المكافئ مع القطع الناقص:-

١) القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه هي بؤرة قطع مكافئ.

$$c = p$$

٢) القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه تنطبق على بؤرة القطع المكافئ.

$$c = p$$

٣) القطع الناقص الذي احدى رأسيه هي بؤرة القطع المكافئ.

$$a = p$$

٤) كل يمر $(0, y)(x, 0)$ تعني قيمة b أو a

٥) كل قطع ناقص يمس دليل القطع المكافئ تعني b أو a

* اذا كان القطع المكافئ و القطع الناقص على نفس المحور فأن

$$p = a$$

* اذا كان القطع المكافئ و القطع الناقص على محاور مختلفة فأن

$$p = b$$




لأن القطب يخالف البؤرة

٦) عندما يذكر في السؤال يقطع عند

$x = \mp$ رقم

$y = \mp$ رقم

فأن هذا الرقم يمثل قيمة a أو bحسب السؤال.

* عندما يذكر في السؤال عبارة نقطة تقاطع مع محور السينات أو محور الصادات

a) التقاطع مع محور السينات $y = 0$

b) التقاطع مع مور الصادات $x = 0$

صيغة القطع الناقص:-

الصيغة الاولى

يعطي في السؤال معادلة قطع ناقص ويطلب ايجاد:

(بؤرة – رأس – قطب – طول المحورين أو احداهما)

a) نحدد المعادلة من السؤال

b) اذا لم تكن المعادلة بالصيغة القياسية لها نضع المعادلة بالصيغة القياسية

c) تحديد موقع (a^2)

اذا كانت في الحد الأول فأن القطع سيني.

اذا كانت في الحد الثاني فأن القطع صادي.

ملاحظة:- a^2هي اعلى قيمة

d) تحديد قيمة كل من (a^2 , b^2)

e) بأستخدام خاصية الجذر التربيعي نجد قيمة (a , b)

f) استخدام القانون العام لايجاد قيمة (c) "اذا تطلب ذلك"

g) ايجاد مطلب السؤال

07736982455

س/ جد طول كل من المحورين و احداثي البؤرتين و الرأسين و الاختلاف المركزي و مساحة و محيط للقطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

Sol/

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$$

قطع سيني

$a^2=25$ بالجذر

$a=\mp 5$

$b^2=16$ بالجذر

$b=\mp 4$

$a^2=b^2+c^2$

$25=16+c^2$

$c^2=25-16$

$c^2=9$ بالجذر

$c=\mp 3$

1. $2a =$ طول المحور الكبير

$2(5) =$ طول المحور الكبير

$10\ unit =$ طول المحور الكبير



$2b =$ طول المحور الصغير

$2(4) =$ طول المحور الصغير

$8\ unit =$ طول المحور الصغير

2. $F_1(c,0)F_2(-c,0)$

$F_1(3,0)F_2(-3,0)$

3. $V_1(a,0)V_2(-a,0)$

$V_2(5,0)V_2(-5,0)$

4. $e=\frac{c}{a}$

$e=\frac{3}{5}<1$

5. $A=\pi ab$

$A=\pi(5)(4)$

$A=20\pi\ unit^2$

6. $P=2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\Rightarrow P=2\pi\sqrt{\frac{25+16}{2}}\Rightarrow P=2\pi\sqrt{\frac{41}{2}}\ unit$

س/ عين كل من البؤرتين و الرأسين و القطبين و المركز ثم جد طول و معادلة كل من المحورين و الاختلاف المركزي للقطع $x^2+2y^2=1$

Sol/

$\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$

$a^2=1$ بالجذر

$a=\mp 1$

$b^2 = \frac{1}{2}$ بالجذر

$b = \mp\frac{1}{\sqrt{2}}$

$a^2 = b^2 + c^2$

$1 = \frac{1}{2} + c^2$

$c^2 = 1 - \frac{1}{2}$

$c^2 = \frac{1}{2}$ بالجذر

$c = \mp\frac{1}{\sqrt{2}}$

1. $F_1(c,0)F_2(-c,0)$

   $F_1\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)F_2\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)$

2. $V_1(a,0)V_2(-a,0)$

   $V_1(1,0)V_2(-1,0)$

3. $m_1(0,b)m_2(0,-b)$

   $m_1\left(0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)m_2\left(0,-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

4. $2a =$ طول المحور الكبير

   $2(1) =$ طول المحور الكبير

   $2\ unit =$ طول المحور الكبير

5. $2b =$ طول المحور الصغير

$2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) =$ طول المحور الصغير

$\frac{2}{\sqrt{2}} =$ طول المحور الصغير

$\frac{\sqrt{2}\ .\ \sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$ طول المحور الصغير

$\sqrt{2}\ unit =$ طول المحور الصغير

معادلة المحور الكبير $y = 0$

معادلة المحور الصغير $x = 0$



$e = \frac{c}{a}$

$c = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1}$

$e = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

الصيغة الثانية

إذا كان مطلب السؤال مناقشة القطع

١ـ نحد معادلة القطع المعطاة في السؤال
٢ـ اذا كانت الاشارة بين الحدين (+) فأن نوع القطع هو (قطع ناقص)
٣ـ نضع المعادلة بالصيغة القياسية لها (اذا تطلب ذلك)
٤ـ تحديد موقع (a^2) لتحديد نوع القطع سيني ام صادي

ملاحظة// اذا كانت a^2 في الحد الاول فأن القطع سيني.

اذا كانت a^2 في الحد الثاني فأن القطع صادي.

٥- تحديد قيمتي (b^2 , a^2)
٦- بأستخدام خاصية الجذر التربيعي نجد قيمتي (a , b)
٧- بأستخدام القانون العام نجد قيمة (c)
٨- كلمة ناقش تعني كتابة كل شيء عن القطع

a. ايجاد البؤرتين و الرأسين والقطبين
b. ايجاد طول و معادلة المحورين
c. ايجاد المساحة و المحيط
d. ايجاد الاختلاف المركزي
e. رسم القطع الناقص

ملاحظة// اذا كانت المقامات متشابهة فأن البسط الأكبر هو الأكبر.

س/ ناقش القطع الناقص $4x^2 + 3y^2 = \frac{4}{3}$

$$4x^2 + 3y^2 = \frac{4}{3}] * \frac{3}{4}$$

$$\frac{12x^2}{4} + \frac{9y^2}{4} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{4}{12}} + \frac{y^2}{\frac{4}{9}} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{1}{3}} + \frac{y^2}{\frac{4}{9}} = 1$$

$a^2 = \frac{4}{9}$ بالجذر

$$a = \mp\frac{2}{3}$$

07736982455

$b^2 = \frac{1}{3}$ بالجذر

$b = \mp\frac{1}{\sqrt{3}}$

$a^2 = b^2 + c^2$

$\frac{4}{9} = \frac{1}{3} + c^2$

$c^2 = \frac{4}{9} - \frac{1}{3}$

$c^2 = \frac{4-3}{9}$

$c^2 = \frac{1}{9}$ بالجذر

$c = \mp\frac{1}{3}$



1. $F_1(0, c) F_2(0, -c)$

   $F_1\left(0, \frac{1}{3}\right) F_2\left(0, \frac{-1}{3}\right)$

2. $V_1(0, a) V_2(0, -a)$

   $V_1\left(0, \frac{2}{3}\right) V_2\left(0, \frac{-2}{3}\right)$

3. $m_1(b, 0) m_2(-b, 0)$

   $m_1\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right) m_2\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}, 0\right)$

4. $2a =$ طول المحور الكبير

   $2\left(\frac{2}{3}\right) =$ طول المحور الكبير

$\frac{4}{3}\ unit =$ طول المحور الكبير

5. $2b =$ طول المحور الصغير

$2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) =$ طول المحور الصغير

$\frac{2}{\sqrt{3}}\ unit =$ طول المحور الصغير

6. $2c =$ البعد البؤري

$2\left(\frac{1}{3}\right) =$ البعد البؤري

$\frac{2}{3}\ unit =$ البعد البؤري

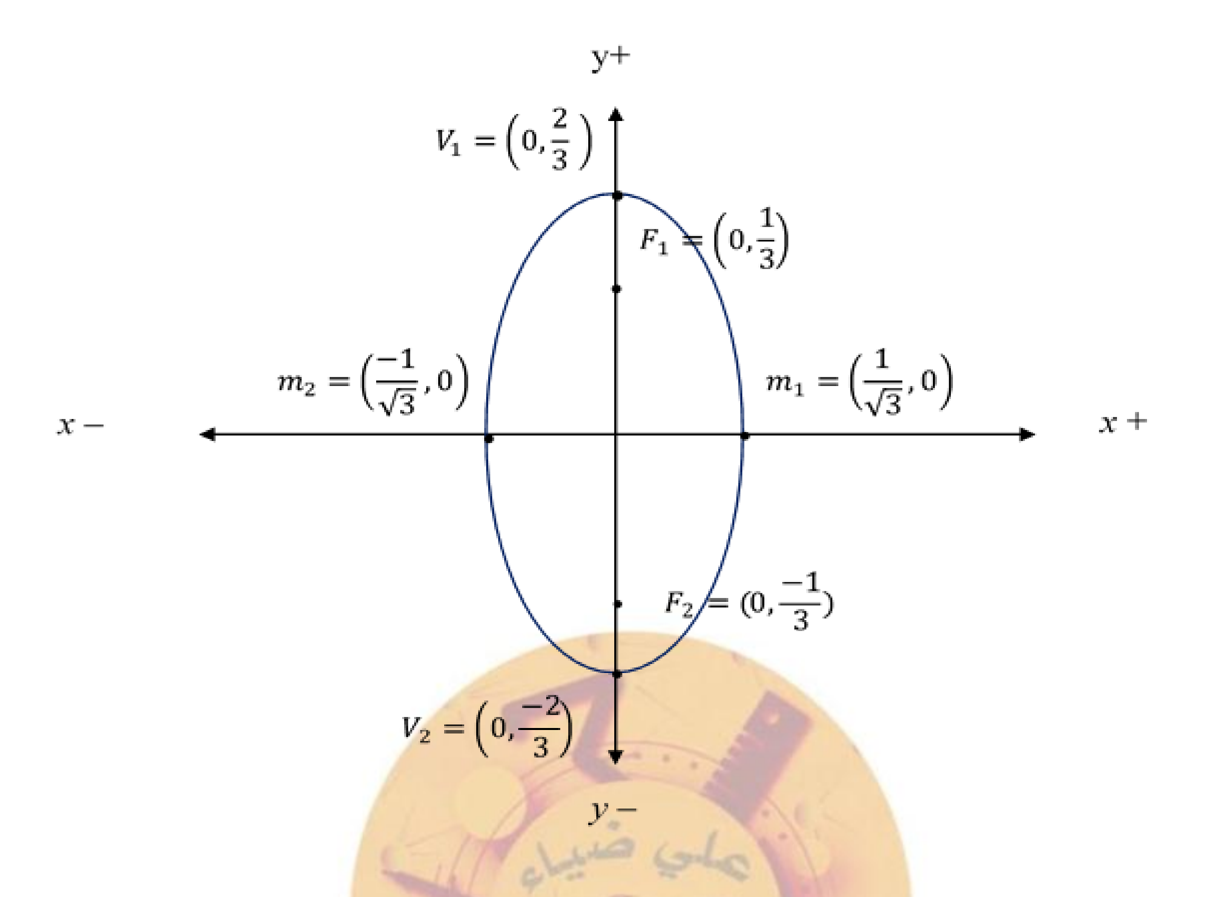
7. $A = \pi ab$

$A = \pi\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$A = \frac{2}{3\sqrt{3}}\pi\ \ unit^2$

8. $P = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

$P = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{4}{9}+\frac{1}{3}}{2}} \Rightarrow P = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{7}{9}}{2}}\ unit$



س/ ناقش القطع الناقص $16x^2 + 9y^2 = 144$

$16x^2 + 9y^2 = 144 \quad] \div 144$

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

$a^2 = 16$ بالجذر

$a = \mp 4$

$b^2 = 9$ بالجذر

$b = \mp 3$

$a^2 = b^2 + c^2$

$16 = 9 + c^2$

$c^2 = 16 - 9$

$c^2 = 7$ بالجذر

$c = \mp\sqrt{7}$

$F_1(0, c)F_2(0, -c)$

$F_1(0, \sqrt{7})F_2(0, -\sqrt{7})$

$V_1(0, a)V_2(0, -a)$

$V_1(0, 4)V_2(0, -4)$

$m_1(b, 0)m_2(-b, 0)$

$m_1(3, 0)m_2(-3, 0)$

$2a =$ طول المحور الكبير

$2(4) =$ طول المحور الكبير

$8\ unit =$ طول المحور الكبير

$2b =$ طول المحور الصغير

$2(3) =$ طول المحور الصغير

$6\ unit =$ طول المحور الصغير

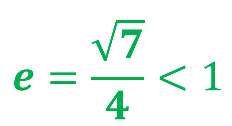
$2c =$ البعد البؤري

$2(\sqrt{7}) =$ البعد البؤري

$2\sqrt{7}\ unit =$ البعد البؤري

الاختلاف المركزي

$$e = \frac{c}{a}$$



$$e = \frac{\sqrt{7}}{4} < 1$$

$$A = \pi ab$$

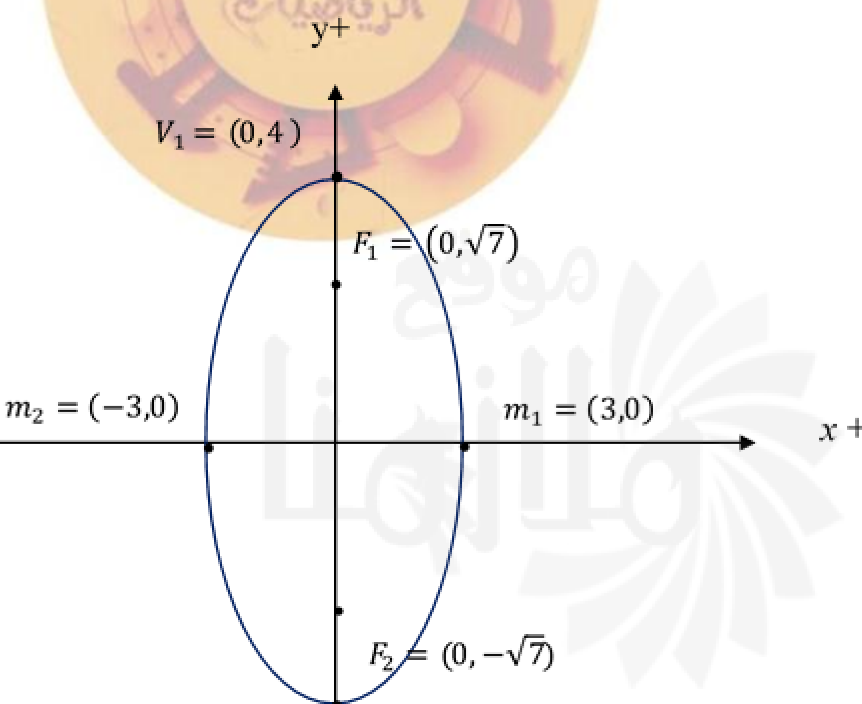
$$A = \pi(4)(3)$$

$$A = 12\,\pi \ \ unit^2$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{16 + 9}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{25}{2}} \ unit$$



الصيغة الثالثة

اذا ذكر في السؤال ان البعد بين البؤرة و الرأس $(a\ ,b)$
او يذكر كلمة بعد و يعطي عددين منفصلين

a) نحدد الاعداد المذكورة في السؤال (موجبة دائما)

b) حاصل جمع العددين يمثل قيمة $2a$.

c) حاصل طرح العددين يمثل $2c$. . [الكبير – الصغير]

d) بأستخدام القانون العام للقطع الناقص نجد قيمة b. .

e) في بعض الاسئلة لا يحدد محور القطع و لا يعطي ما يدل على محور القطع لذلك تكتب العادلة القياسية للقطع الناقص بأحتمالين سيني و صادي.

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي يكون فيه البعد بين البؤرة و الرأس $(1,5)$

Sol// $(1,5)$

$2a = 5 + 1$

$2a = 6 \quad] \div 2 \ \Rightarrow a = 3$

$a^2 = 9$

$2c = 5 - 1$

$2c = 4 \quad] \div 2 \ \Rightarrow c = 2$

$c^2 = 4$

$a^2 = b^2 + c^2$

$9 = b^2 + 4$

$b^2 = 9 - 4$

$b^2 = 5$

لم يحدد في السؤال موقع البؤرة

الأحتمال الأول// القطع على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$



الأحتمال الثاني// القطع على محور الصادات

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$$

س/ يدور قمر حول الأرض بمدار ثابت فأذا كان ابعد نقطة للقمر عن الأرض $90\ km$ و اقرب نقطة للقمر عن الارض هي $10\ km$ جد معادلة القطع الناقص.

$90\,,10$

$$2a = 90 + 10$$

$$2a = 100 \;\Rightarrow a = 50$$

$$a^2 = 2500$$

$$2c = 90 - 10$$

$$2c = 80 \quad \Rightarrow c = 40$$

$$c^2 = 1600$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$2500 = b^2 + 1600$$

$$b^2 = 2500 - 1600$$

$$b^2 = 900$$

لم يحدد في السؤال موقع البؤرة

الأحتمال الأول: القطع على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{2500} + \frac{y^2}{900} = 1$$

الأحتمال الثاني: القطع على محور الصادات

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{900} + \frac{y^2}{2500} = 1$$



هي الاسئلة التي تعطي فيها البؤرة أو الرأس أو القطب مباشرة أو يعطي طول المحور كبير أو طول محور صغير أو البعد بين البؤرتين أو البعد بين الرأسين أو البعد بين القطبين.

a) نحدد معطى السؤال. فأذا اعطى

$c \xrightarrow{\text{اعطى}}$ بؤرة

$a \xrightarrow{\text{اعطى}}$ رأس

$b \xrightarrow{\text{اعطى}}$ قطب

$a \xrightarrow{\text{يستفاد منه الأيجاد}}$ طول محور كبير

$b \xrightarrow{\text{يستفاد منه الأيجاد}}$ طول محور صغير

$c \xrightarrow{\text{يستفاد منه الأيجاد}}$ بينالبعد البؤرتين

b) من المعطى نحدد محور القطع سيني ام صادي.

c) اذا لم نتمكن من تحديد محور القطع فهناك احتمالين اما يكون على محور السينات أو يكون على محور الصادات.

d) تحديد الجملة الكلامية ان وجدت

e) اذا وجدت الجملة الكلامية تحول الى صيغة رياضية

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $F_1 = (3,0)\ , F_2 = (-3,0)$ و رأساه النقطتان $V_1 = (5,0)\ , V_2 = (-5,0)$

Sol/

$c = 3 \qquad\qquad a = 5$

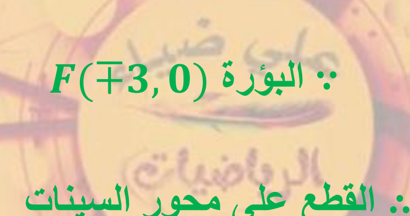
$c^2 = 9 \qquad\qquad a^2 = 25$

$a^2 = b^2 + c^2$

$25 = b^2 + 9$

$b^2 = 25 - 9$

$b^2 = 16$



∵ البؤرة $F(\mp 3, 0)$

∴ القطع على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $F_1 = (5,0)\ ,\ F_2 = (-5,0)$ و طول محوره الكبير يساوي $12\ unit$

Sol/

$c = 5$

$c^2 = 25$

$2a =$ طول محوره الكبير

$2a = 12 \quad] \div 2$

$a = 6$

$a^2 = 36$

$a^2 = b^2 + c^2$

$36 = b^2 + 25$

$b^2 = 36 - 25$

$b^2 = 11$

$\because$ البؤرة $F(\mp 5, 0)$

$\therefore$ القطع على محور السينات.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل و المسافة بين بؤرتيه $8\ unit$ و نصف طول محوره الصغير يساوي $3\ unit$.

$2c =$ المسافة بين بؤرتيه

$2c = 8 \quad] \div 2$

$c = 4$

$c^2 = 16$

$\left(\frac{1}{2}\right) 2b = 3$

$b = 3$

$b^2 = 9$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 9 + 16$

$a^2 = 25$

لم يحدد في السؤال موقع البؤرة

الأحتمال الأول// القطع على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

الأحتمال الثاني// القطع على محور الصادات

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$



س/ جد المعادلة القياسية للقطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل و بؤرتاه $F = (0, \mp 2)$
يتقاطع مع محور السينات عند $x = \mp 4$

$c = 2$

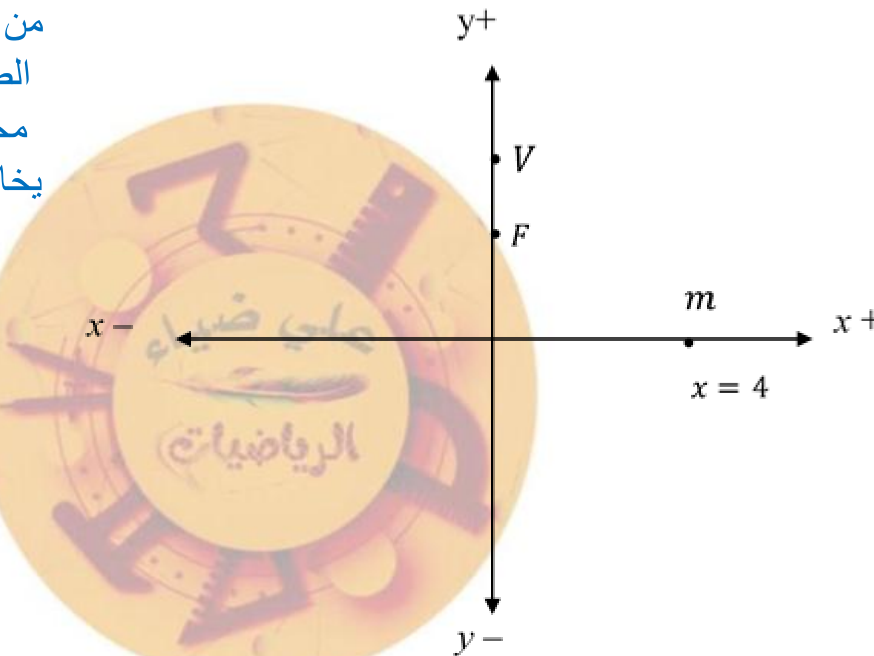
$c^2 = 4$

للتوضيح فقط

من البؤرة القطع على محور الصادات و التقاطع مع محور السينات و الذي يخالف البؤرة هو القطب

$b = x$

$b = \mp 4$



$b = 4$

$b^2 = 16$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 16 + 4$

$a^2 = 20$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{20} = 1$$

07736982455

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل و الأختلاف المركزي يساوي $\frac{1}{2}$ و طول محوره الصغير يساوي $12\ unit$

$e = \frac{c}{a}$

$\frac{1}{2} = \frac{c}{a}$

$a = 2c \ldots\ldots\ldots (1)$

$2b =$ طول محوره الصغير

$2b = 12 \quad] \div 2$

$b = 6$

$b^2 = 36$

$a^2 = b^2 + c^2 \ldots\ldots\ldots (2)$

نعوض معادلة رقم (1) في معادلة رقم (2)

$(2c)^2 = 36 + c^2$

$4c^2 = 36 + c^2$

$4c^2 - c^2 = 36$

$3c^2 = 36 \quad] \div 3$

$c^2 = 12$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 36 + 12$

$a^2 = 48$

لم يحدد في السؤال موقع البؤرة

الأحتمال الأول// القطع على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{48}+\frac{y^2}{36}=1$$

الأحتمال الثاني// القطع على محور الصادات

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{48}=1$$



الاسئلة المزدوجة (قطع مكافئ – قطع ناقص)

١. يطلب في السؤال معادلة قطع ناقص ويذكر القطع المكافئ

٢. نحدد المعطى للقطع المكافئ معادلة قياسية ام معادلة دليل.

٣. نبدأ الحل بالقطع المكافئ و نجد قيمة (p)

* قيمة "p" موجبة دائما.

٤. نحدد الصيغة الكلامية في السؤال

* نقسم الصيغة الكلامية في هذه الصيغة الى نوعين.

النوع الأول// الصيغة الكلامية التي تربط القطع المكافئ بالقطع الناقص.

النوع الثاني// الصيغة الكلامية العامة.

٥. تحويل الصيغة الكلامية الى صيغة رياضية.

٦. تحديد محور القطع

a. اذا اعطى في السؤال احداثي معلوم نحدد منه او يذكر المحور.

b. اذا لم يحدد محور القطع الناقص و لم يعطي ما يدل على المحور و اعطى معادلة القطع المكافئ و ذكر ان البؤرة او الرأس يمر بالقطع المكافئ فأن محور القطع الناقص هو محور القطع المكافئ.

٧. ايجاد مطلب السؤال .

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل و احدى بؤرتيه هي بؤرة قطع المكافئ $y^2 - 12x = 0$ و طول محوره الصغير يساوي $10\ unit$

$y^2 - 12x = 0$

$y^2 = 12x$

$y^2 = 4px$

$4p = 12 \quad] \div 4$

$p = 3$

∵ القطع الناقص بؤرته تمر بالقطع المكافئ.

∴ القطع الناقص على محور السينات.

$p = c$

07736982455

$c = 3$

$c^2 = 9$

$2b =$ طول محور صغير

$2b = 10 \quad] \div 2$

$b = 5$

$b^2 = 25$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 25 + 9$

$a^2 = 34$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$



س/جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل و احدى بؤرتيه هي بؤرة قطع المكافئ $x^2 = 24y$ و مجموع طولي محوريه 36 وحدة.

$x^2 = 24y$

$x^2 = 4py$

$4p = 24 \quad] \div 4$

$p = 6$

$p = c$

$c = 6$

$c^2 = 36$

مجموع طولي محوريه $= 36$

$36 = 2b + 2a$

$2a + 2b = 36 \quad] \div 2$

$a + b = 18$

$b = 18 - a \ldots\ldots (1)$

$a^2 = b^2 + c^2 \ldots\ldots\ldots (2)$

نعوض معادلة رقم (1) في معادلة رقم (2)

$a^2 = (18 - a)^2 + c^2$

$a^2 = 324 - 36a + a^2 + 36$

$360 = 36a \quad] \div 36$

$a = 10$

$a^2 = 100$

$b = 18 - a$

$b = 18 - 10$

$b = 8$

$b^2 = 64$

∵ بؤرة القطع الناقص تمر ببؤرة القطع المكافئ و القطع المكافئ على محور الصادات

∴ القطع الناقص على محور الصادات

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

$$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{100}=1$$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل و بؤرتاه نقطتا التقاطع للمنحني $x^2+y^2-3x=16$ مع محور الصادات و يمس دليل القطع المكافئ $y^2=12x$

$x=0$

$x^2+y^2-3x=16$

$(0)^2+y^2-3(0)=16$

$y^2=16$ بالجذر

$y=\mp 4$

$(0,4),(0,-4)$

بؤرتاه نقطتا التقاطع

$c=4 \quad \to C^2=16$

$y^2=12x$

$y^2=4px$

$4p=12 \quad]\div 4$

$p=3$

لأن القطع الناقص على محور الصادات و القطع المكافئ على محور السينات و الذي يخالف البؤرة هو القطب.

$p=b$

$b=3$

$b^2 = 9$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 9 + 16$

$a^2 = 25$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هي نقطتا التقاطع مع المنحني $y^2 + x^2 = 25$ مع محور السينات و يمس دليل القطع المكافئ $x^2 = 4y$

التقاطع مع محور السينات

$y = 0$

$y^2 + x^2 = 25$

$(0)^2 + x^2 = 25$

$x^2 = 25$ بالجذر

$x = \mp 5$ $\qquad (5, 0), (-5, 0)$

$c = 5$

$c^2 = 25$

القطع السيني

$x^2 = 4y$

$x^2 = 4py$

$4p = 4 \quad] \div 4$

$p = 1$

القطب يخالف البؤرة ∵

$\therefore p = b$

$b = 1$

$b^2 = 1$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = (1)^2 + (5)^2$

$a^2 = 1 + 25$

$a^2 = 26$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{26} + \frac{y^2}{1} = 1$



س/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه على محور السينات و مركزه نقطة الأصل و طول محوره الكبير ضعف طول محوره الصغير و يقطع القطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التي احداثيها السيني (-2)؟

ملاحظات:-

١- عندما يذكر في السؤال كلمة **يقطع** يجب وجود نقطة او اكثر بشرط لا تحتوي على احداثي **صفر**.
٢- نجد النقطة عن طريق تعويض الاحداثي المعلوم في المعادلة المعطاة في السؤال.
٣- النقطة او النقاط التي وجدناها نختار واحدة منها فقط و تعوض في معادلة القطع الناقص لايجاد المجهول .

Sol/

$$x = -2$$

$$2a = 2(2b) \quad] \div 2$$

$$a = 2b \ldots\ldots (1)$$

$$y^2 + 8x = 0$$

$$y^2 = -8x$$

$$y^2 = -8\,(-2)$$

$$y^2 = 16 \quad \text{بالجذر}$$

$$y = \mp 4 \qquad\qquad (-2, 4), (-2, -4)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ldots\ldots\ldots.(2)$$

تعوض النقطة $(-2, 4)$ في معادلة رقم (2)

$$\frac{(-2)^2}{(2b)^2} + \frac{(4)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{1}{b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$$

$$\frac{17}{b^2} = 1$$

$b^2 = 17$ بالجذر

$$b = \sqrt{17}$$

نعوض قيمة (b) في معادلة رقم (١)

$$a = 2b$$

$$a = 2(\sqrt{17})$$

$$a = 2\sqrt{17}$$

$$a^2 = 68$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{68} + \frac{y^2}{17} = 1$$



الصيغة الخامسة / "A"

اذا اعطى في السؤال نقطة بشرط ان لا تحتوي على احداثي صفر تستفاد من معادلة القطع الناقص بشكل مباشر.

خطوات الحل:

١) نحدد نقطة في السؤال لا تحتوي احداثي صفر.
٢) نحدد محور القطع من السؤال
(اما يعطي احداثي معلوم – معادلة قطع ناقص)
٣) تكتب معادلة القطع الناقص القياسية.
٤) نعوض النقطة في معادلة القطع الناقص.
٥) يضرب طرفي المعادلة * (a^2b^2) للتخلص من المقام.
٦) تتكون لدينا معادلة رقم (1).
٧) نحدد صيغة كلامية من السؤال.
٨) تحول الصيغة الكلامية الى صيغة رياضية.
٩) يستخدم القانون العام و الذي يمثل معادلة رقم(2)
١٠) نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1).
١١) نجد قيمة (a) او (b).
١٢) (a) أو (b) التي وجدناها تعوض في معادلة رقم (2) لأيجاد (a) أو (b).
١٣) كتابة معادلة القطع.

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل و احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 + 8x = 0$ علما ان القطع الناقص يمر بالنقطة $(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$.

Sol/ * عبارة يمر تعني ان النقطة تحقق القطع

$$y^2 + 8x = 0$$
$$y^2 = -8x$$
$$y^2 = -4px$$

07736982455



$4p = 8 \quad] \div 4$

$p = 2$

$p = c$

$2 = c$

$c^2 = 4$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{(2\sqrt{3})^2}{a^2} + \frac{(\sqrt{3})^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{12}{a^2} + \frac{3}{b^2} = 1 \qquad] \,.\, a^2b^2$$

$$(a^2b^2)\,.\frac{12}{b^2} + (a^2b^2)\frac{3}{b^2} = (a^2b^2)(1)$$

$12b^2 + 3a^2 = a^2b^2 \ldots\ldots\ldots.(1)$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = b^2 + 4 \ldots\ldots\ldots.(2)$

نعوض معادلة رقم (2) في معادلة رقم (1)

$12b^2 + 3(b^2 + 4) = (b^2 + 4)b^2$

$12b^2 + 3b^2 + 12 = b^4 + 4b^2$

$15b^2 + 12 = b^4 + 4b^2$

$b^4 + 4b^2 - 15b^2 - 12 = 0$

$b^4 - 11b^2 - 12 = 0$

$(b^2 - 12)(b^2 + 1) = 0$

أما $b^2 - 12 = 0$

$b^2 = 12$

07736982455

أو $b^2 + 1 = 0$

تهمل $b^2 = -1$

نعوض قيمة (b^2) في معادلة رقم (2)

$$a^2 = b^2 + 4$$

$$a^2 = 12 + 4$$

$$a^2 = 16$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$$



الصيغة الخامسة / "B"

يعطي في السؤال نقطتان يمر بهما القطع الناقص

١) نحدد نقطتان في السؤال يمر بها القطع الناقص يشترط ان لا تحتوي احداثيها على صفر.
٢) نحدد محور القطع من السؤال.
٣) تكتب المعادلة القياسية للقطع الناقص.
٤) تختار النقطة الأولى و تعوض في المعادلة القياسية للقطع.
٥) يضرب طرفي المعادلة * (a^2b^2) للتخلص من المقام.
٦) نكون معادلة رقم (1).
٧) تكتب المعادلة القياسية للقطع الناقص
٨) تعوض النقطة الثانية في المعادلة القياسية للقطع الناقص.
٩) يضرب طرفي المعادلة * (a^2b^2) للتخلص من المقام.

١٠) تتكون معادلة رقم (2).
١١) تحل المعادلة رقم (1) و رقم (2) انيا بالحذف.
١٢) نجد قيمة (a^2) أو (b^2).
١٣) نعوض قيمة (a^2) أو (b^2) في معادلة رقم (1) أو (2). (الأكثر سهولة)
١٤) ايجاد قيمة (a^2) أو (b^2).
١٥) كتابة معادلة القطع الناقص.

ملاحظة// كيفية استخدام الحذف

١) نحدد معادلة رقم (1) أو (2).
٢) يجب ان يكون احد المتغيرات متساوي بالمقدار و يختلف بالاشارة.
٣) اذا كان احدى المقادير المختلفة بالاشارة غير متساوي بالمقدار تضرب احدى المعادلات * رقم معين لنجعلها متساوية.
٤) اذا كانت الاشارات مختلفة يحل السؤال بالجمع.
٥) اذا كانت الاشارات متشابهة يحل السؤال بالطرح.
٦) اذا حل السؤال بالطرح تضرب معادلة رقم (2) * (-1)
[تقلب اشارة جميع حدود المعادلة الثانية]

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل و بؤرتاه على محور السينات و يمر بالنقطتين $(3,4)(6,2)$

Sol//

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad (3,4)$$

$$\frac{(3)^2}{a^2}+\frac{(4)^2}{b^2}=1$$

$$\frac{9}{a^2}+\frac{16}{b^2}=1 \quad] \cdot a^2b^2$$

$$9b^2+16a^2=a^2b^2 \ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad (6,2)$$

$$\frac{(6)^2}{a^2}+\frac{(2)^2}{b^2}=1$$

$$\frac{36}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1 \quad] \ . \ a^2b^2$$

$$36b^2+4a^2=a^2b^2 \ldots\ldots\ldots.(2)$$

تضرب معادلة رقم (1) * 4

$$9b^2+16a^2=a^2b^2 \quad]*4$$

$$36b^2+64a^2=4a^2b^2 \ldots\ldots\ldots.(3)$$

$$36b^2+64a^2=4a^2b^2$$

$$-36b^2-4a^2=-a^2b^2$$

بالطرح

$$60a^2=3a^2b^2 \quad]\div 3a^2$$

$$b^2=20$$

نعوض قيمة (b^2) في معادلة رقم (1)

$$9b^2+16a^2=a^2b^2$$

$$9(20)+16a^2=a^2(20)$$

$$180+16a^2=20a^2$$

$$180=20a^2-16a^2$$

$$180=4a^2 \quad]\div 4$$

$$a^2=45$$



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$$

الصيغة السادسة

اذا اعطي في السؤال المحيط بين النقاط QF_1F_2 اي المحيط المتكون للمثلث المتكون من البؤرتين F_1 , F_2 و نقطة ثالثة على القطع.

١. نجد نوع القطع.

٢. المحيط يساوي (نحدد اسماء اضلاع المثلث المتكون من الرسم)

$$QF_1 + QF_2 = 2a$$

$$F_1F_2 = 2c$$

٣. بالتالي فأن المحيط يساوي

$P =$ مجموع اضلاعه الثلاثة

$$P = QF_1 + QF_2 + F_1F_2$$

$$P = 2a + 2c$$

٤. اذا اعطي في السؤال احداثي بؤرة او رأس او قطب يستفاد منه في ايجاد قيمة (a, b, c).

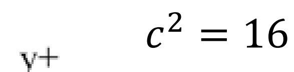
٥. يكون المحيط معلوم في السؤال.

٦. يستخدم القانون العام $(a^2 = b^2 + c^2)$ لأيجاد احد القيم المفقودة.

07736982455

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل و بؤرتاه على محور السينات و بؤرتاه $F_1 = (4, 0)$, $F_2 = (-4, 0)$ و النقطة تنتمي للقطع الناقص Q بحيث ان محيط المثلث QF_1F_2 يساوي $24\ unit$

$F = (4,0) \Rightarrow c = 4$



$c^2 = 16$

$P = QF_1 + QF_2 + F_1F_2$

$P = 2a + 2c$

$24 = 2a + 2(4)$

$24 = 2a + 8$

$24 - 8 = 2a$

$16 = 2a \quad] \div 2$

$a = 8$

$a^2 = 64$

$a^2 = b^2 + c^2$

$64 = b^2 + 16$

$b^2 = 64 - 16$

$b^2 = 48$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$$

الصيغة السابعة

اذا ذكر في السؤال ان القطع الناقص يقطع من (محورسينات و صادات)

a) عندما يذكر في السؤال ان القطع الناقص يقطع جزءا طوله (رقم) من محور (   )
ثم يذكر انه يقطع من المحور الاخر.

b) الجزء الأكبر $= 2a$

c) الجزء الأصغر $= 2b$

d) محور القطع على الجزء الاكبر.

e) نجد مطلب السؤال.

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي يقطع من محور السينات جزءا طوله $8\ unit$ و من محور الصادات جزءا طوله $12\ unit$ ثم جد المسافة بين البؤرتين و المساحة و المحيط.

$2a = 12 \quad] \div 2$

$a = 6$

$a^2 = 36$

$2b = 8 \quad] \div 2$

$b = 4$

$b^2 = 16$

القطع على محور الصادات

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$2c =$ المسافة البؤرتينبين

$a^2 = b^2 + c^2$

$$36 = 16 + c^2$$

$$c^2 = 36 - 16$$

$$c^2 = 20$$ بالجذر

$$c = 2\sqrt{5}$$

$$2(2\sqrt{5}) =$$ بينالمسافة البؤرتين

$$4\sqrt{5} =$$ بينالمسافة البؤرتين

$$A = \pi ab$$

$$A = \pi(6)(4)$$

$$A = 24\pi\ unit^2$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{36 + 16}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{52}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{26}unit$$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي يقطع من محور السينات جزءا طوله 12 *unit* و من محور الصادات جزءا طوله 8 *unit* ثم جد المسافة بين البؤرتين و المساحة و المحيط.

$2a = 12 \quad] \div 2$

$a = 6$

$a^2 = 36$

$2b = 8 \quad] \div 2$

$b = 4$

$b^2 = 16$ القطع على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$2c =$ المسافة البؤرتينبين

$a^2 = b^2 + c^2$

$36 = 16 + c^2$

$c^2 = 36 - 16$

$c^2 = 20$ بالجذر

$c = 2\sqrt{5}$

$2(2\sqrt{5}) =$ بينالمسافة البؤرتين

$4\sqrt{5} =$ بينالمسافة البؤرتين

$A = \pi ab$

$A = \pi(6)(4)$

$A = 24\pi \; unit^2$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{36 + 16}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{52}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{26}unit$$

الصيغة الثامنة:- "A"

ايجاد الثوابت في القطع

a) اذا طلب في السؤال ايجاد قيمة ثابت

(اذا اعطي في السؤال معادلة قطع تحتوي على ثابت مجهول $h , k \in R$ "مجهول واحد فقط").

b) نستخدم معادلة القطع بشكل مباشر.

c) يعطي في السؤال بؤرة او شيء اخر يدل على محور القطع.

d) اذا لم تكن المعادلة المعطاة في السؤال بالصيغة القياسية لها نضع المعادلة بالصيغة القياسية.

e) نحدد قيمتي a^2 , b^2 من معادلة القطع.

ملاحظة// تؤخذ قيمة a^2 , b^2 من معادلة القطع و بعد ان نضعها بالصيغة القياسية لها اذا تطلب ذلك.

ملاحظة// عند تحديد قيمة a^2 , b^2 نحدد حسب محور القطع الذي حددناه من منطوق السؤال من خطوة (c).



f) يستخدم القانون العام $a^2 = b^2 + c^2$ لأيجاد الثابت المجهول.

س/ لتكن $kx^2 + 4y^2 = 36$ معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الأصل و احدى بؤرتيه $(\sqrt{3}, 0)$ جد قيمة $k \in R$.

$$kx^2 + 4y^2 = 36 \quad] \div 36$$

$$\frac{kx^2}{36} + \frac{4y^2}{36} = 1$$

$$\frac{kx^2}{\frac{36}{k}} + \frac{y^2}{\frac{36}{4}} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{36}{k}} + \frac{y^2}{9} = 1$$

من البؤرة القطع على محور السينات

$$c = \sqrt{3}$$

$$c^2 = 3$$

عن طريق البؤرةموقع $\Leftarrow$ $a^2 = \frac{36}{k} \quad , b^2 = 9$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$\frac{36}{k} = 9 + 3$$

$$\frac{36}{k} = 12$$

07736982455

$$k = \frac{36}{12}$$

$$k = 3$$

س/ قطع ناقص معادلته $4x^2 + 2y^2 = k$ و البعد بين بؤرتيه $2\sqrt{3}$ وحدة طول جد قيمة k ؟

Sol/

$$4x^2 + 2y^2 = k \quad] \div k$$

$$\frac{4x^2}{k} + \frac{2y^2}{k} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{k}{4}} + \frac{y^2}{\frac{k}{2}} = 1$$

$2c =$ البعد بين بؤرتيه

$$2c = 2\sqrt{3} \quad] \div 2$$

$$c = \sqrt{3}$$

$$c^2 = 3$$

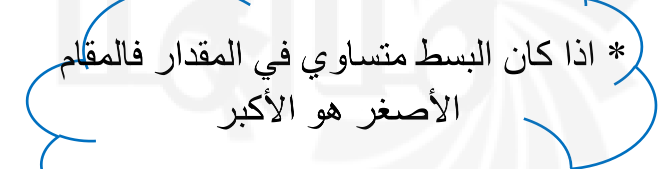
$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$\frac{k}{2} = \frac{k}{4} + 3$$

$$\frac{k}{2} - \frac{k}{4} = 3$$

$$\frac{2k - k}{4} = 3$$

$$\frac{k}{4} = 3 \Rightarrow k = 12$$





الصيغة الثامنة:- "B"

اذا اعطي في السؤال للقطع الناقص ثابتين مجهولين

١) اذا كانت المعادلة تحتوي على مجهولين نضعها في الصيغة القياسية و تترك الى اخر خطوة.
٢) نحدد في السؤال صيغة كلامية،
٣) تحول الصيغة الكلامية الى صيغة رياضية.
٤) نكون معادلة رقم (1).
٥) يستخدم القانون العام و الذي يمثل معادلة رقم (2).
٦) نعوض معادلة رقم (1) في معادلة رقم (2) لايجاد قيمة c^2 أو b^2 أو a^2.
٧) نعوض في احد المعادلتين (1) أو (2) لايجاد قيمة c^2 أو b^2 أو a^2 حسب السؤال.
٨) من السؤال نجد ما يدل على محور القطع.
٩) كتابة معادلة القطع الناقص.
١٠) مقارنة معادلة القطع الناقص الذي وجدناها بالمعادلة التي تحتوي على ثوابت (في خطوة رقم (1)).

س/ قطع ناقص معادلته $hx^2 + ky^2 = 36$ مركزه نقطة الأصل و مجموع مربعي طولي محوريه يساوي 60 و احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 = 4\sqrt{3}x$ جد قيم $h\ k \in R$

$$hx^2 + ky^2 = 36 \quad] \div 36$$

$$\frac{hx^2}{36} + \frac{ky^2}{36} = 1$$

07736982455

$$\frac{x^2}{\underset{h}{36}} + \frac{y^2}{\underset{k}{36}} = 1$$

مجموع مربعي طولي محوريه يساوي 60

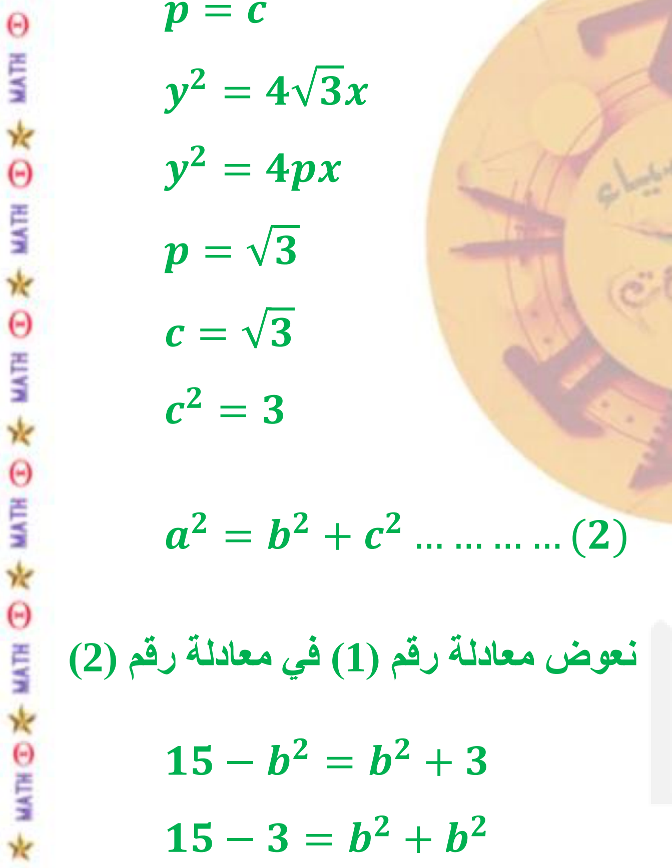
$$(2a)^2 + (2b)^2 = 60$$

$$4a^2 + 4b^2 = 60 \quad] \div 4$$

$$a^2 + b^2 = 15$$

$$a^2 = 15 - b^2 \ldots \ldots (1)$$

احدى بؤرتيه هي بؤرة قطع مكافئ



$$p = c$$

$$y^2 = 4\sqrt{3}x$$

$$y^2 = 4px$$

$$p = \sqrt{3}$$

$$c = \sqrt{3}$$

$$c^2 = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

نعوض معادلة رقم (1) في معادلة رقم (2)

$$15 - b^2 = b^2 + 3$$

$$15 - 3 = b^2 + b^2$$

$$12 = 2b^2 \quad] \div 2$$

$$b^2 = 6$$

نعوض قيمة (b^2) في معادلة رقم (1)

$$a^2 = 15 - b^2$$

$$a^2 = 15 - 6$$

$$a^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$$

بالمقارنة مع معادلة القطع الناقص التي تحتوي على ثوابت مجهولة.

للتوضيح فقط

$$\frac{x^2}{\frac{36}{h}} + \frac{y^2}{\frac{36}{k}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$$

مقارنة

=

$$\frac{36}{h} = 9$$

$$9h = 36 \quad] \div 9$$

$$h = 4$$

$$\frac{36}{k} = 6$$

$$6k = 36 \quad] \div 6$$

$$k = 6$$

الصيغة التاسعة

فكرة الوزارية

اولا: اسئلة نصف القطع

١) نحدد في السؤال الشكل (جسر – شكل هندسي).

٢) نحدد اقصى ارتفاع معطى في السؤال.

٣) نحدد البعد بين القاعدتين.

٤) نحدد محور القطع.

a. نقسم البعد بين القاعدتين على 2 اذا كان الناتج اكبر من اقصى ارتفاع فأن القطع على محور السينات.

b. نقسم البعد بين القاعدتين على 2 اذا كان الناتج اقل من اقصى ارتفاع فأن القطع على محور الصادات.

٥) نرسم نصف القطع و نحدد عليه المعطيات.

٦) نحدد قيم a,b او نجدها.

٧) تكتب معادلة القطع الناقص.

٨) نحدد مطلب السؤال.

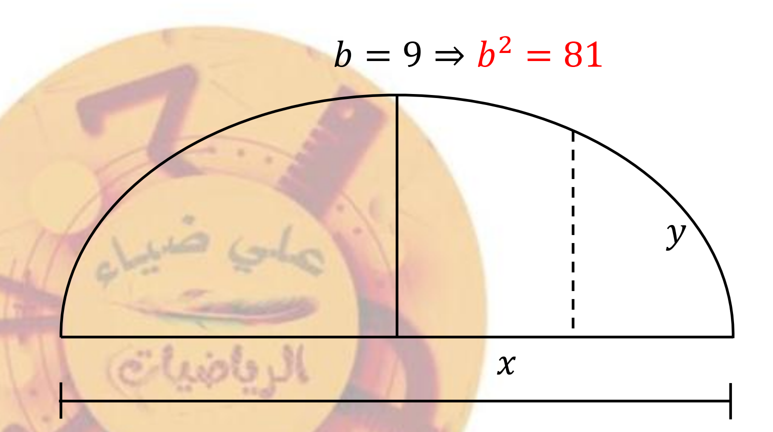
٩) نجد المطلب.

07736982455

س/ جسر على شكل نصف قطع ناقص المسافة بين قاعدتيه 24m و اعلى ارتفاع للجسر 9m احسب ارتفاع الجسر عند النقطة التي تبعد 6m من بداية احدى قاعدتيه.

لمعرفة محور القطع ← $\frac{24}{2} = 12 >$ ارتفاعاعلى

بما ان اكبر من اعلى ارتفاع اذاً القطع على محور السينات



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

$$\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{81} = 1$$

$$\frac{(6)^2}{144} + \frac{y^2}{81} = 1$$

$$\frac{36}{144} + \frac{y^2}{81} = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{y^2}{81} = 1$$

$$\frac{y^2}{81} = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\frac{y^2}{81} = \frac{3}{4}$$

$$4y^2 = 3 * 81 \quad] \div 4$$

$y^2 = \frac{3 * 81}{4}$ بالجذر $\Rightarrow y = \frac{9}{2}\sqrt{3}\, m$

07736982455

عندما يذكر في السؤال ان القطع الناقص يمر بروؤس مثلث.

١) نحدد رؤوس المثلث (ثلاث نقاط تعطى في السؤال).

٢) تكون احداثيات النقاط تحتوي على احداثي صفر.

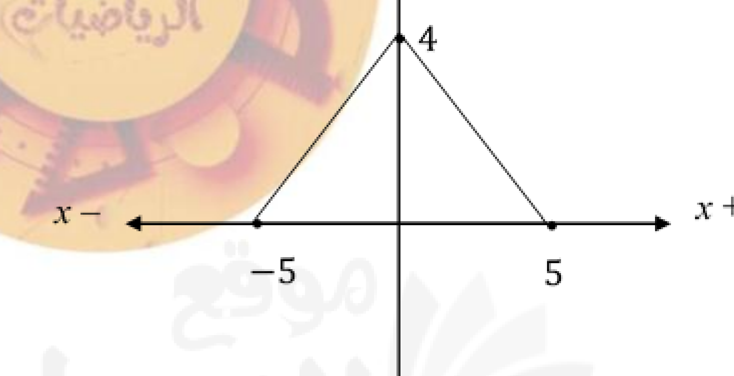
٣) نحدد اكبر رقم في النقاط و الذي يمثل قيمة a و الرقم الاصغر يمثل قيمة b.

٤) من النقاط نحدد محور القطع .

٥) تكتب معادلة القطع.

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل و يمر بروؤس المثلث$(5,0),(0,4),(-5,0)$

Sol//



$$a = 5 \Rightarrow a^2 = 25$$

$$b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل و يمر بروؤس المثلث $(0,-4),(-3,0),(0,4)$

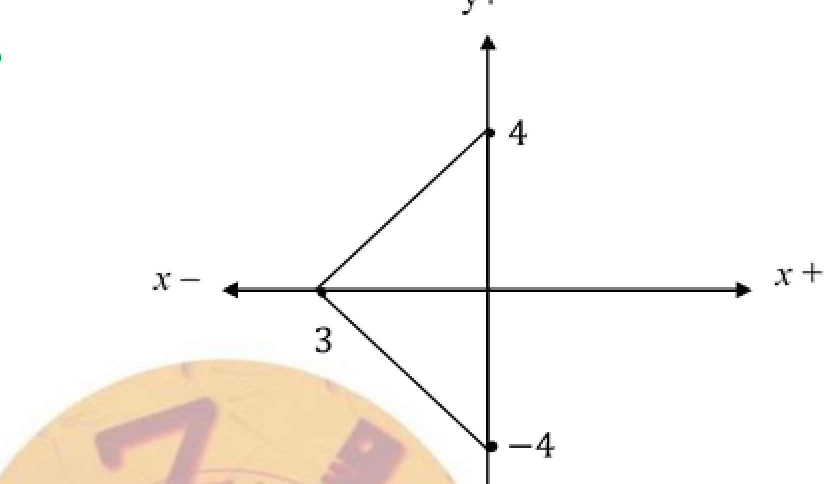
Sol//

$$a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$$

$$b = 3 \Rightarrow b^2 = 9$$

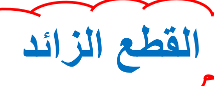
$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$$



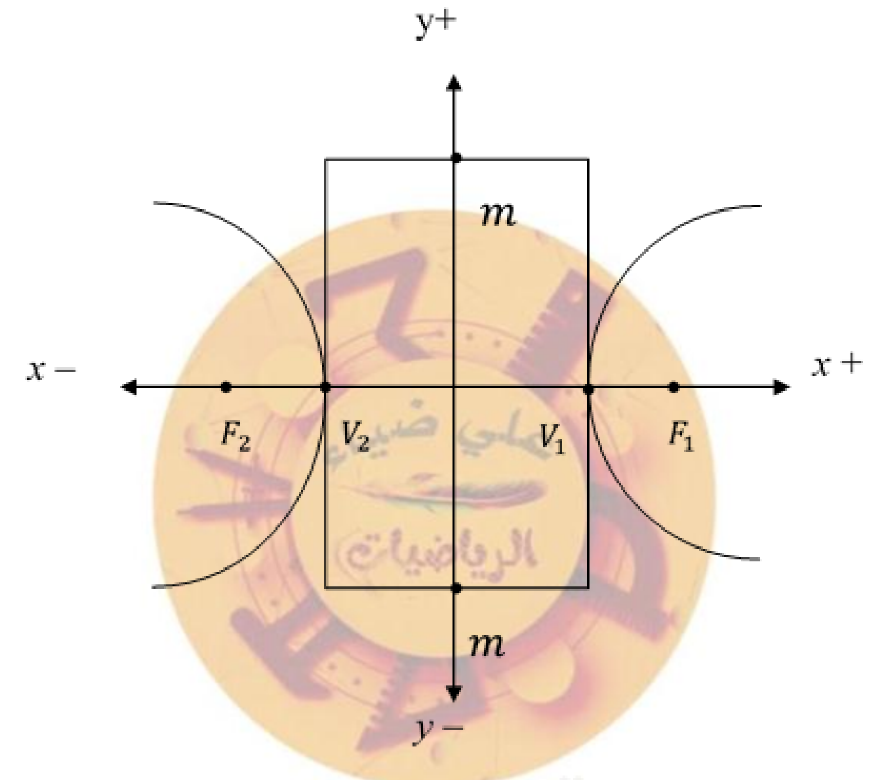






القطع الزائد

ملاحظة// القطع الزائد هو مجموعة من النقاط في المستوى الأحداثي التي تكون القيمة المطلقة لفرق بعدي اي منهما من نقطتين (البؤرتان) يساوي عدد ثابت.



- قطع زائد على محور السينات:

البؤرة $F_1(c,0), F_2(-c,0)$

الرأس $V_1(a,0), V_2(-a,0)$

$m_1(0,b), m_2(0,-b)$

ملاحظة// النقطتان m_1, m_2 سوف نطلق عليها اسم القطب و هي للتوضيح فقط حيث لم يطلق عليها اسم في المنهج (لا يحتوي القطع الزائد على القطب)

ملاحظات//

١) المعادلة القياسية للقطع الزائد على محور السينات.

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

٢) عندما تكون x في الحد الأول فأن القطع سيني.

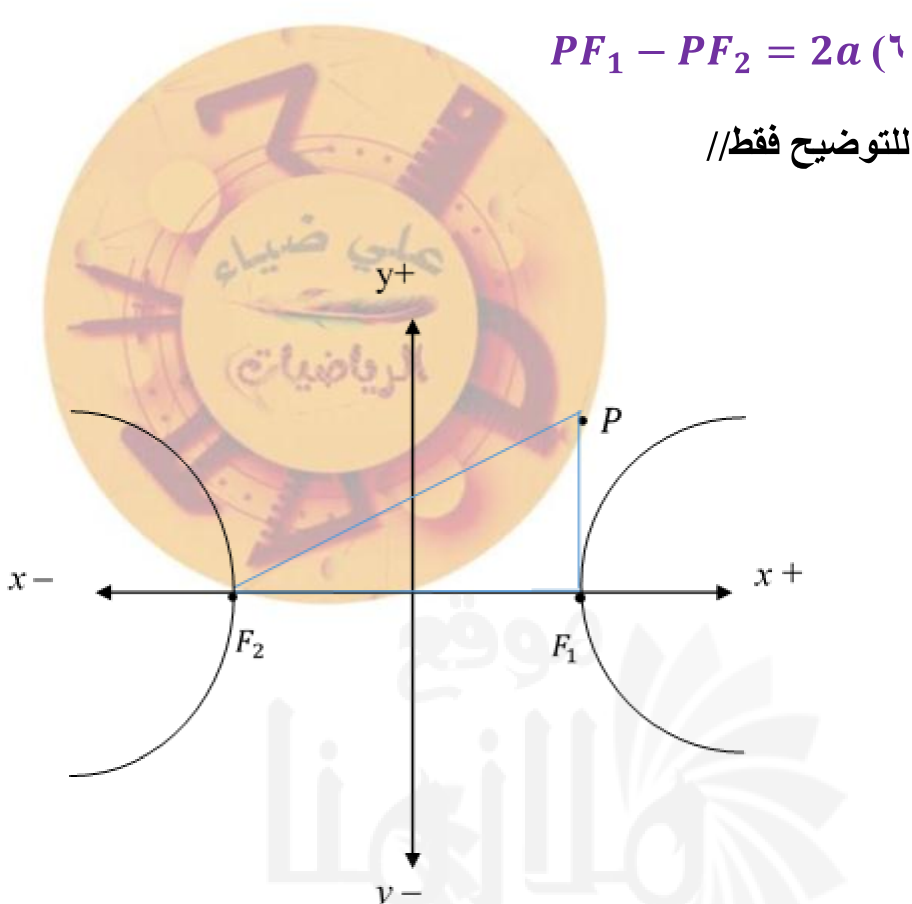
٣) a^2, b^2 ثابتة من حيث الموقع لا تتغير بينما x^2 , y^2 تتغير.

٤) يسمى نصف القطب البؤري الأيمن PF_1

٥) يسمى نصف القطب البؤري الايسر PF_2

٦) $PF_1 - PF_2 = 2a$

للتوضيح فقط//



٧) $\left|PF_1 - PF_2\right|$

هي القيمة المطلقة للفرق بين بعدي اي نقطة عن محوريه.

- القطع الزائد على محور الصادات:-

البؤرة $F_1(0,c), F_2(0,-c)$

الرأس $V_1(0,a), V_2(0,-a)$

$m_1(b,0), m_2(-b,0)$

* المعادلة القياسية للقطع الزائد على محور الصادات هي:

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

ملاحظة: في القطع الزائد السيني و الصادي يجب ان تكون المعادلة بالصيغة القياسية لها.

* المصطلحات المستخدمة في القطع الزائد *

١) (طول المحور الحقيقي – البعد بين الرأسين – العدد الثابت) $2a \Rightarrow$

٢) (طول المحور المرافق – طول المحور التخيلي) $2b \Rightarrow$

* يكون المحور التخيلي عمودي على المحور الحقيقي.

٣) (البعد بين البؤرتين) $2c \Rightarrow$

ملاحظة// في القطع الزائد تكون قيمة c اكبر من قيمة a , b .

ملاحظة في القطع الزائد قد تكون قيمة $a=b$ يسمى حينها القطع بالقطع الزائد القائم.

ملاحظة//

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1 & \text{(قطع زائد على المحور السيني)} \\ \dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1 & \text{(قطع زائد على المحور الصادي)} \end{cases}$$

$\Leftarrow$ في المحورين السيني و الصادي للقطع الزائد مكان b^2 , a^2 لا تتغير

* الذي تتغير اماكنها هي y^2 , x^2

ملاحظة// لا يوجد في القطع الزائد مساحة و لا يوجد محيط.

ملاحظة// الاختلاف المركزي في القطع الزائد يكون اكبر من واحد.

"لذلك اذا اعطى في السؤال اختلاف مركزي قيمته اكبر من 1 فأن نوع القطع قطع زائد".

* في القطع الزائد

a) كل كلمة يمر $(x,0)$, $(0,y)$ تعني قيمة a

b) كل كلمة يمس تعني قيمة a

c) كل كلمة يقطع عند رقم $x=\mp$ أو رقم $y=\mp$ فأنها تعني قيمة a

* القوانين المستعملة في القطع الزائد *

١) $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$

٢) $\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1$

٣) $c^2=a^2+b^2$

٤) $e = \frac{c}{a} > 1$

٥) طول المحور الحقيقي $= 2a$

٦) طول المحور التخيلي $= 2b$

٧) البعد عن البؤرتين $= 2c$

* العلاقات بين القطوع جمل كلامية *

١) معادلة قطع زائد احدى بؤرتيه هي بؤره القطع المكافئ

$P = c$

٢) معادلة قطع ناقص الذي بؤرتاه تنطبقان على بؤرتا القطع الزائد

cناقص $= c$ زائد

٣) قطع ناقص قطباه هما رأسا القطع الزائد

bناقص $= a$ زائد

٤) كل قطعان زائد و ناقص كل منهما يمر ببؤرة الاخر تعني

aناقص $= c$ زائد

aزائد $= c$ناقص

ملاحظة// اذا ذكر في السؤال قطع زائد قائم تعني ان طول المحور الحقيقي يساوي طول المحور التخيلي

ملاحظة// اذا ذكر في السؤال قطع زائد قائم فأن $e = \sqrt{2}$

س/ مقارنه بين القطعين القطع الزائد و القطع الناقص؟

القطع الناقص	القطع الزائد
١) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$	١) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1, \frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$
٢) قيمة a اكبر من قيمتي b , c	٢) قيمة c اكبر من قيمتي a , b
٣) الاختلاف المركزي اصغر من 1 $e=\frac{c}{a}<1$	٣) الاختلاف المركزي اكبر من 1 $e=\frac{c}{a}>1$
٤) طول المحور الكبير $2a$ طول المحور الصغير $2b$	٤) طول المحور الحقيقي $2a$ طول المحور التخيلي $2b$
٥) يوجد قطب	٥) لا يوجد لفظة قطب (تسمى نقطتان)
٦) كل يمر – يمس تعني a , b كل قطع عند رقم $x=\mp$ رقم $y=\mp$ تعني a , b	٦) كل يمر – يمس كل قطع تعني a
٧) يوجد مساحة و محيط	٧) لا يوجد مساحة و محيط
٨) القانون العام $a^2=b^2+c^2$	٨) القانون العام $c^2=a^2+b^2$

صيغ الأسئلة للقطع الزائد

الصيغة الأولى

يعطي في السؤال معادلة القطع الزائد و يطلب ايجاد (بؤرة – رأس – طول المحور الحقيقي – طول المحور التخيلي).

١) نحدد اشارة معادلة القطع في السؤال (تكون الاشارة بين الحدين سالب عندما يكون القطع زائد).

٢) نضع المعادلة بالصيغة القياسية لها (اذا تطلب ذلك).

* نضع المعادلة بالصيغة القياسية كالتالي:

a) اذا وجد في السؤال معامل لـ x^2 , y^2 يحول الى مقام المقام.
b) اذا كان الناتج لا يساوي واحد (عدد طبيعي) نقسم طرفي المعادلة على الناتج.
c) اذا كان الناتج لا يساوي واحد (عدد نسبي) نضرب طرفي المعادلة في مقلوب الكسر.

٣) نحدد قيمتي a , b من المعادلة القياسية حيث تكون قيمة (a) في الحد الأول دائما و قيمة (b) في الحد الثاني دائما.

٤) اذا احتجنا في السؤال الى قيمة (c) يستخدم القانون العام $c^2 = a^2 + b^2$

٥) حل مطاليب السؤال و حسب مطلب كل سؤال

س/ عين البؤرتان و الرأسان و طول المحورين و الاختلاف المركزي للقطع الزائد ثم ارسمه.

$$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$$

Sol// $a^2 = 64$, $b^2 = 36$

$a = \mp 8$, $b = \mp 6$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 64 + 36$

$c^2 = 100$

$c = \mp 10$

$F_1(c, 0), F_2(-c, 0)$

$F_1(10,0), F_2(-10,0)$

$V_1(a,0), V_2(-a,0)$

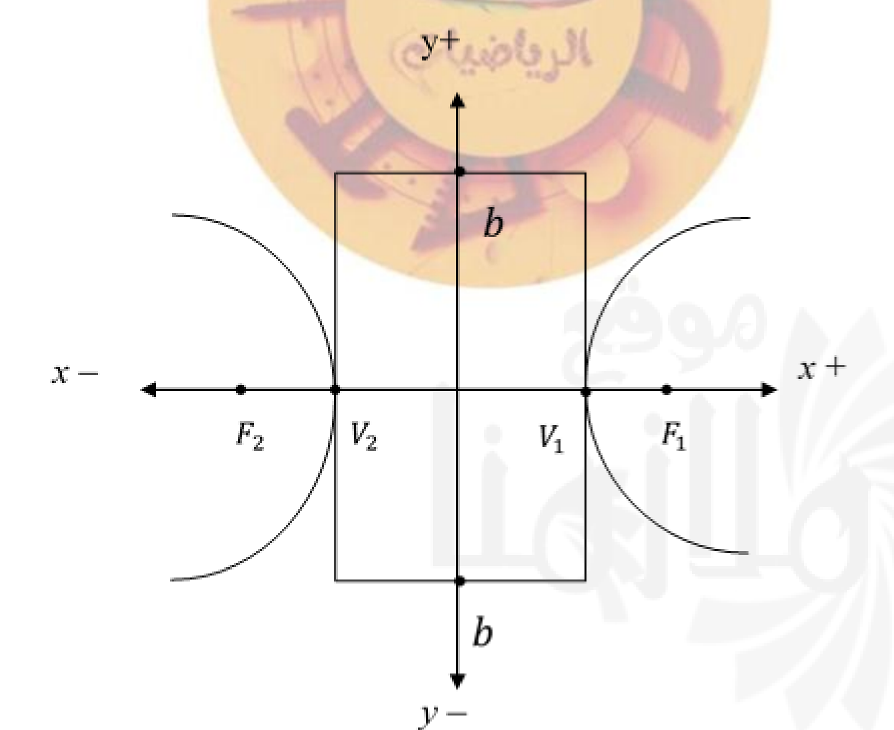
$V_1(8,0), V_2(-8,0)$

طول المحور الحقيقي $= 2a$
طول المحور الحقيقي $= 2(8)$
طول المحور الحقيقي $= 16\ unit$

طول المحور التخيلي$= 2b$
طول المحور التخيلي$= 2(6)$
طول المحور التخيلي$= 12\ unit$

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{10}{8} \Rightarrow e = \frac{5}{4} > 1$$



س/ عين البؤرتان و الرأسان و طول المحورين و الاختلاف المركزي للقطع الزائد ثم ارسمه؟

$$12x^2 - 4y^2 = 48$$

$$12x^2 - 4y^2 = 48 \quad] \div 48$$

$$\frac{12x^2}{48} - \frac{4y^2}{48} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{48}{12}} - \frac{y^2}{\frac{48}{4}} = 1$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

$$a^2 = 4\,,\ \ b^2 = 12$$

بالجذر $a = \mp 2 \quad , \quad b = \mp 2\sqrt{3}$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 4 + 12$$

$$c^2 = 16$$

بالجذر $c = \mp 4$

$$F_1(c,0), F_2(-c,0)$$

$$F_1(4,0), F_2(-4,0)$$

$$V_1(a,0), V_2(-a,0)$$

$$V_1(2,0), V_2(-2,0)$$

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{10}{8} \Rightarrow e = \frac{4}{2}$$

07736982455

$e = 2 > 1$

طول المحور الحقيقي $= 2a$

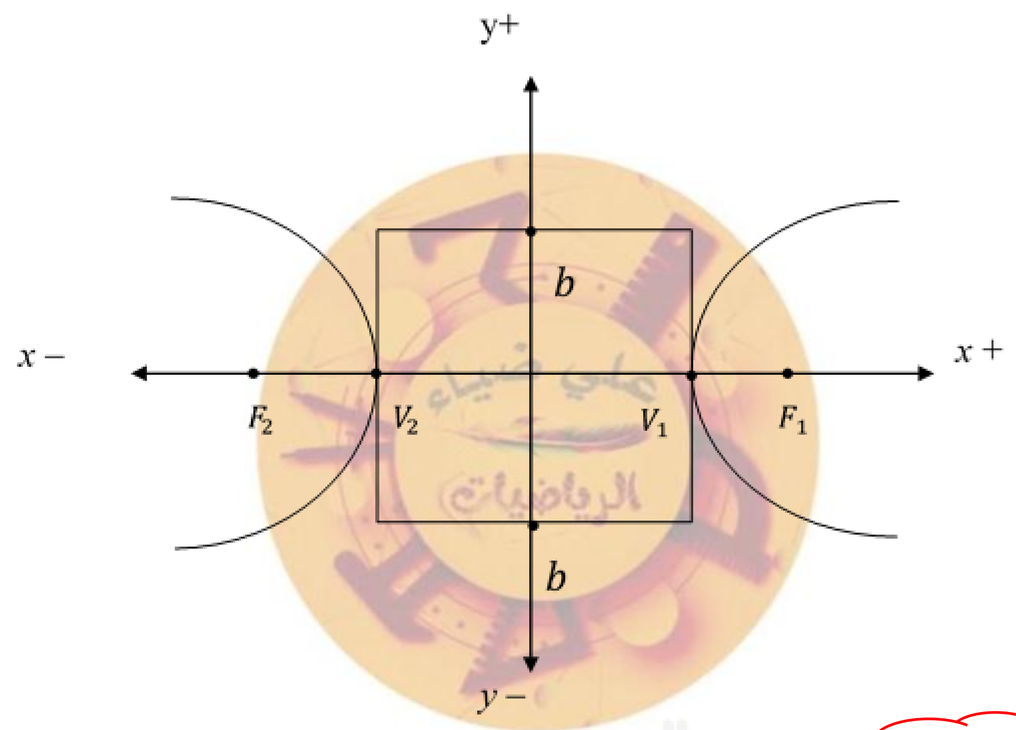
طول المحور الحقيقي $= 2(2)$

طول المحور الحقيقي $= 4\ unit$

طول المحور التخيلي= $2b$

طول المحور التخيلي= $2(2\sqrt{3})$

طول المحور التخيلي= $4\sqrt{3}\ unit$



الاسئلة الاساسية:

الصيغة الثانية/ يعطي في السؤال بؤرة أو الرأس أو طول محوره الحقيقي أو طول محوره التخيلي و يطلب ايجاد معادلة القطع.

(هذا النوع من الاسئلة لا تحتاج الى معادلة انية)

ملاحظة// لا يوجد معادلة تربيعية تعوض في معادلة اخرى أو تعوض في هذه المعادلة.

خطوات الحل:

١) نحدد في مطلب السؤال ايجاد معادلة القطع الزائد.
٢) نحدد المعطى قد يكون (البؤرة – الرأس ...).
٣) نحدد وجود صيغة كلامية.

٤) تحول الصيغة الكلامية الى صيغة رياضية.
٥) نحدد محور القطع او ما يدل على محور القطع.
٦) اذا لم يحدد في السؤال محور القطع(لم يحدد في السؤال موقع بؤرة).

تكتب المعادلة بأحتمالين

a) ان يكون القطع على المحور السيني.
b) ان يكون القطع على المحور الصادي.

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي طول محوره الحقيقي 12 *unit* و طول محوره المرافق 10 *unit*

Sol/

طول المحور الحقيقي $= 12$

$2a = 12 \quad] \div 2$

$a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$

طول المحور التخيلي$= 10$

$2b = 10 \quad] \div 2$

$b = 5 \Rightarrow b^2 = 25$

لم يحدد في السؤال موقع البؤرة

محور سيني

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$$

محور صادي

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{25} = 1$$

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $(\mp 5, 0)$ و يتقاطع مع محور السينات عند $x = \mp 3$ و مركزه نقطة الاصل؟

Sol//

$F = (\mp 5, 0)$ → قطع سيني

→ $c = 5 \Rightarrow c^2 = 25$

* كل يتقاطع في القطع الزائد عند رقم $x = \mp$ فأنها تعني قيمة $\underline{a}$

$a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$

$c^2 = a^2 + b^2$

$25 = 9 + b^2$

$b^2 = 25 - 9$

$b^2 = 16$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل و طول محوره الحقيقي $6\ unit$ و الاختلاف المركزي 2 و البؤرتان على محور السينات؟

Sol/

طول المحور الحقيقي = $2a$

07736982455

$2a = 6 \quad] \div 2$

$a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$

$e = 2$

$e = \frac{c}{a}$

$2 = \frac{c}{3}$

$c = 6 \Rightarrow c^2 = 36$

$c^2 = a^2 + b^2$

$36 = 9 + b^2$

$b^2 = 36 - 9$

$b^2 = 27$



البؤرة على محور السينات

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان الى محور السينات و مساحة منطقته 7π وحدة مساحة و محيط يساوي 10π وحدة طول .

Sol/

$A = 7\pi\ unit^2$

$P = 10\ \pi\ unit$

$A = \pi ab$

$7\pi = \pi ab$

$7 = ab \quad] \div b$

$a = \frac{7}{b} \ldots \ldots .(1)$

$P = 2\pi\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$

$10\pi = 2\pi\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$

$5 = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ بالتربيع

$\frac{a^2 + b^2}{2} = 25$

$a^2 + b^2 = 50 \ldots \ldots .(2)$

$\left(\frac{7}{b}\right)^2 + b^2 = 50$

$\frac{49}{b^2} + b^2 = 50 \qquad] * b^2$

$49 + b^4 = 50b^2$

$b^4 - 50b^2 + 49 = 0$

$(b^2 - 49)(b^2 - 1) = 0$

أما $b^2 - 49 = 0$

$b^2 = 49$ بالجذر

$b = \mp 7$

تهمل لأن قيمة b يجب ان تكون اصغر من قيمة a في القطع الناقص

أو $b^2 - 1 = 0$

بالجذر $b^2 = 1$

$b = \mp 1$

نعوض قيمة (b) في معادلة رقم (1)

$$a = \frac{7}{b}$$

$$a = \frac{7}{1} \Rightarrow a = 7 \Rightarrow a^2 = 49$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{1} = 1$$

الصيغة الثالثة

(الاسئلة الاساسية و هي اسئلة من الدرجة الثانية التي تحتاج الى معادلتين انيتين)

١) نحدد مطلب السؤال معادلة القطع الزائد.

٢) نحدد الصيغة الكلامية المعطاة في السؤال.

٣) تحول الصيغة الكلامية الى صيغة رياضية.

(غالبا نكون منها معادلة رقم (1))

٤) يستخدم القانون العام $c^2 = a^2 + b^2$ و الذي يمثل معادلة رقم (2)

٥) نحدد محور القطع او ما يدل على محور القطع.

٦) تعوض معادلة رقم (1) في معادلة رقم (2)

٧) نجد قيم c أو b أو a.

٨) نعوض قيمة (c أو b أو a) التي وجدناها في معادلة رقم (1) أو (2) (الأسهل) "اذا تطلب ذلك".

٩) تكتب معادلة القطع.

* اذا لم تحدد في السؤال محور القطع تكب المعادلة القطع بالأحتمالين (السيني – الصادي)

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل و طول محوره المرافق $2\sqrt{2}\ unit$ و اختلافه المركزي يساوي 3 و بؤرتاه على محور الصادات.

طول المحور المرافق $= 2\sqrt{2}$

$2b = 2\sqrt{2} \quad] \div 2$

$b = \sqrt{2}$

$b^2 = 2$

$e = \frac{c}{a}$

$3 = \frac{c}{a}$

$3a = c \dots\dots..(1)$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = a^2 + 2 \dots\dots\dots(2)$

نعوض معادلة رقم (1) في معادلة رقم (2)

$c^2 = a^2 + 2$

$(3a)^2 = a^2 + 2$

$9a^2 = a^2 + 2$

$9a^2 - a^2 = 2$

$8a^2 = 2 \quad] \div 8$

$a^2 = \frac{1}{4}$

بؤرة القطع على محور الصادات

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

$\frac{y^2}{\frac{1}{4}} - \frac{x^2}{2} = 1$



(يذكر في السؤال قطع زائد و قطع مكافئ أو قطع زائد و قطع ناقص أو قطع زائد و قطع مكافئ و قطع ناقص.)

١) نحدد اذا ذكر في السؤال القطع المكافئ.

٢) نبدأ بحل السؤال للقطع المكافئ.

(حسب الصيغة المعطاة للقطع المكافئ)

٣) نحدد قيمة (p) للقطع المكافئ.

* قيمة p موجبة دائما.

٤) نحدد الصيغة الكلامية المعطاة في السؤال.

٥) نحول الصيغة الكلامية الى صيغة رياضية.

٦) اذا كانت قيمة b^2 أو a^2 مجهولة يستخدم القانون العام

$c^2 = a^2 + b^2$ قطع زائد / $a^2 = b^2 + c^2$ ناقصقطع (لأيجاد قيمة b^2 أو a^2)

٧) اذا ذكر في السؤال القطع الناقص نحدد من الصيغة الكلامية الجزء الذي بحاجته الى القطع الزائد.

* اذا كانت الصيغة الكلامية قطع زائد بؤرتاه هما بؤرتا القطع الناقص فأننا نحتاج قيمة (c) من القطع الناقص.

* اذا كانت الصيغة الكلامية قطع زائد رأساه هما قطبا القطع الناقص فأننا نحتاج من القطع الناقص قيمة (b)

٨) نحدد محور القطع او ما يدل على محور القطع

٩) كتابة معادلة القطع.

س/ القطع الزائد طول محوره الحقيقي $6\ unit$ و احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل و يمر بالنقطتين $(1, 2\sqrt{5})$, $(1, -2\sqrt{5})$ جد معادلتي القطع الزائد و المكافئ؟

Sol//

قطع مكافئ

$$(1, -2\sqrt{5}) , (1, 2\sqrt{5})$$

التناظر حول محور السينات الموجب

نختار احدى النقطتين و نعوض في المعادلة القياسية للقطع المكافئ.

$$(1, 2\sqrt{5})$$

$$y^2 = 4px$$

$$(2\sqrt{5})^2 = 4\,p(1)$$

$$4(5) = 4p$$

$$20 = 4p \quad] \div 4$$

$$p = 5$$

طول المحور الحقيقي $= 6$

$$2a = 6 \quad] \div 2$$

$$a = 3$$

$$a^2 = 9$$

احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ

$p = c$

$p = c$
$c = 5$
$c^2 = 25$
$c^2 = a^2 + b^2$
$25 = 9 + b^2$
$b^2 = 25 - 9$
$b^2 = 16$

∵ بؤرة القطع الزائد هي بؤرة القطع المكافئ

∴ القطع الزائد على محور السينات

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة قطع زائد

$y^2 = 4px$

$y^2 = 4(5)x$

$y^2 = 20x$ معادلة قطع مكافئ

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ و يمس دليل القطع المكافئ $x^2 + 12y = 0$ ؟

Sol//

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ قطع ناقص

$a^2=25$

$b^2=9$

$a^2=b^2+c^2$

$25=9+c^2$

$c^2=25-9$

$c^2=16$ بالجذر

$c=\mp 4$

$x^2+12y=0$ قطع مكافئ

$x^2=-12y$

$x^2=-4py$

$4p=12 \quad] \div 4$

$p=3$

$y=+p$

$y=+3$

قطع زائد

بؤرتاه هما بؤرتا القطع الناقص

c زائد $=$ $\mathbf{c}$ ناقص

$c = 4$ زائد

$c^2 = 16$

يمس دليل القطع المكافئ

* كل يمس في القطع الزائد هي a.

$a = 3$

$a^2 = 9$

$c^2 = a^2 + b^2$

$16 = 9 + b^2$

$b^2 = 16 - 9$

$b^2 = 7$

القطع الزائد على محور الصادات

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{7} = 1$$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتان للقطع الزائد $x^2 - 3y^2 = 12$ و النسبة بين طولي محوريه تساوي $\frac{5}{3}$ و مركزه نقطة الاصل

Sol/

القطع الزائد $x^2 - 3y^2 = 12 \quad] \div 12$

$$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$a^2 = 12$

$b^2 = 4$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 12 + 4$

$c^2 = 16$ بالجذر

$c = \mp 4$

القطع الناقص

النسبة بين طولي محوريه $= \frac{5}{3}$

$$\frac{2a}{2b} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$$

$5b = 3a \quad] \div 3$

$$a = \frac{5}{3}b \ldots\ldots\ldots (1)$$

بؤرتاه هما بؤرتا القطع الزائد

c ناقص $= c$ زائد

c ناقص $= 4$

07736982455

$c^2 = 16$

$a^2 = b^2 + c^2$

$\left(\frac{5}{3}b\right)^2 = b^2 + 16$

$\frac{25}{9}b^2 = b^2 + 16 \quad] * 9$

$25\,b^2 = 9b^2 + 144$

$25b^2 - 9b^2 = 144$

$16b^2 = 144 \quad] \div 16$

$b^2 = 9$

بالجذر $b = \mp 3$

نعوض قيمة (b) في معادلة (1)

$a = \frac{5}{3}\text{b}$

$a = \frac{5}{3} \cdot (3)$

$a = 5$

$a^2 = 25$

القطع على محور السينات

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

س/ النقطة $(2, \frac{1}{3})$ تنتمي الى القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل و بؤرته تنتمي الى محور السينات و التي هي احدى بؤرتي القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل و النسبة بين طولي محوريه $(\frac{5}{4})$ جد معادلة القطعين الناقص و المكافئ؟

Sol/

∵ النقطة تمر في القطع

∴ $(\frac{1}{3}, 2)$ تحقق القطع

القطع على محور السينات

$$y^2 = 4px$$

$$(2)^2 = 4p\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$4 = \frac{4p}{3}$$

$$4p = 12 \quad] \div 4$$

$$p = 3$$

$$F = (p, 0)$$

$$F = (3, 0)$$

$$p = c$$

$$c = 3$$

$$c^2 = 9$$

$$\frac{2a}{2b} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{4}$$

$$5b = 4a \;]\; \div 4$$

$$a = \frac{5b}{4} \ldots \ldots ..(1)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \ldots \ldots ..(2)$$

$$\left(\frac{5}{4}b\right)^2 = b^2 + 9$$

$$\frac{25}{16}b^2 = b^2 + 9 \quad] * 16$$

$$25b^2 = 16b^2 + 144$$

$$25b^2 - 16b^2 = 144$$

$$9b^2 = 144 \quad] \div 9$$

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{16}$$

$$b = \mp 4$$

نعوض قيمة (b) في معادلة رقم (1)

$$a = \frac{5}{4}b$$

$$a = \frac{5}{4}4$$

$$a = 5$$

$$a^2 = 25$$

$$y^2 = 4px$$

$$y^2 = 4(3)x$$

$$y^2 = 12x$$

معادلة قطع مكافئ

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$$

معادلة قطع ناقص

الصيغة الخامسة

اذا اعطى في السؤال البعد بين البؤرتين و احدى الرأسين.

a) نحدد عددين معطاة في السؤال.

* قد تكون العددين بشكل نقطة لكنها لا تمثل نقطة.

b) نقوم بجمع العددين لنجد قيمة (c) كالتالي

حاصل جمع العددين $= 2c$

c) نقوم بطرح العددين لنجد قيمة (a) كالتالي

حاصل طرح العددين $= 2a$

d) نحدد في السؤال محور القطع أو ما يدل على محور القطع.

e) بأستخدام القانون العام نجد قيمة (b^2) $\quad c^2 = a^2 + b^2$

f) اذا لم يحدد في السؤال محور القطع (لم يحدد في السؤال موقع البؤرة) تكتب المعادلة بأحتمالين

١ـ الأحتمال الأول القطع على محور السينات

٢ـ الأحتمال الثاني القطع على محور الصادات.

07736982455



س/ اكتب معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل اذا علمت ان احد الرأسين يبعد بالبعد $(1, 9)$ وحدات على الترتيب من البؤرتين و ينطبق محوراه على المحورين الأحداثيين.

Sol//

$$2c = 9 + 1$$

$$2c = 10 \quad] \div 2$$

$$c = 5 \quad \Rightarrow c^2 = 25$$

$$2a = 9 - 1$$

$$2a = 8 \quad] \div 2$$

$$a = 4 \quad \Rightarrow a^2 = 16$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$25 = 16 + b^2$$

$$b^2 = 25 - 16$$

$$b^2 = 9$$

لم يحدد في السؤال موقع البؤرة

قطع سيني

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

قطع صادي

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$$

الصيغة السادسة

A. اذا اعطى في السؤال نقطة تحتوي على احداثي مجهول و اعطى معادلة القطع في السؤال.

B. اذا طلب في السؤال طول النصف القطري الايمن (PF_1) و هو البعد بين النقطة و البؤرة الموجبة F_1 أو اذا طلب البعد بين النقطة و النصف القطري الايسر و هو بؤرة السالبة F_2.

خطوات الحل:

١- نحدد في السؤال وجود نقطة احد احداثيها مجهول
٢- نحدد معادلة القطع في السؤال.
٣- نعوض النقطة المعطاة في السؤال في معادلة القطع (بدون تحويل معادلة القطع الى الصيغة القياسية).
٤- بعد تعويض النقطة في المعادلة نجد قيمة المجهول و تتكون لدينا نقطة معلومة،
٥- اذا طلب في السؤال ايجاد طول نصف القطر البؤري الأيمن PF_1 فأن النقطتان هي النقطة المعطاة في السؤال و F_1
٦- اذا طلب في السؤال ايجاد طول نصف القطر البؤري الايسر PF_2 فأن النقطتان هي النقطة المعطاة في السؤال و F_2
٧- يستخدم القانون التالي لأيجاد PF

$$PF = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

س/ النقطة $P\ (6, L)$ تنتمي الى القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل و معادلته

$$x^2 - 3y^2 = 12$$

جد
١- قيمة L
٢- نصف القطر البؤري الأيمن P للقطع المرسوم من الجهة اليمنى للنقطة

Sol//

$$PF_1$$

نعوض النقطة $P\ (6, L)$ في المعادلة المعطاة في السؤال

$$x^2 - 3y^2 = 12$$
$$(6)^2 - 3(L)^2 = 12$$
$$36 - 3L^2 = 12$$
$$36 - 12 = 3L^2$$
$$3L^2 = 24 \quad] \div 3$$
$$L^2 = 8$$
بالجذر $L = \mp 2\sqrt{2}$

$P(6, 2\sqrt{2})\,, F_1(c, 0)$

∵ اعطى معادلة القطع الزائد في السؤال

∴ نجد قيمة (c) بأستعمال القانون العام $c^2 = a^2 + b^2$

(صيغة اولى)

$$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$$
$$a^2 = 12 \quad , \quad b^2 = 4$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 12 + 4$$
$$c^2 = 16$$
$c = \mp 4$ بالجذر

$P(6, 2\sqrt{2})\,, F_1(4, 0)$

$$PF_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$PF_1 = \sqrt{(4 - 6)^2 + \left(0 - 2\sqrt{2}\right)^2}$$
$$PF_1 = \sqrt{4 + 8}$$
$$PF_1 = \sqrt{12}$$
$$PF_1 = 2\sqrt{3}\ unit$$

الصيغة السابعة

إيجاد الثوابت في القطع الزائد

(يعطي في السؤال معادلة قطع زائد تحتوي على ثابتين مجهولين)

١- نحدد معادلة القطع الزائد التي تحتوي على ثوابت مجهولة

٢- نضع المعادلة بالصيغة القياسية لها ثم تترك و تستخدم لاخر خطوة في المقارنة لنجد (h , k)

٣- نحدد الصيغة الكلامية وتحول الى صيغة رياضية.

٤- يستخدم القانون العام للقطع المعلوم لأيجاد قيمة (c^2 أو b^2 أو a^2).

٥- كتابة معادلة قطع زائد جديدة.

٦- تساوي قيمة a^2 في معادلة القطع الزائد الجديدة مع قيمة a^2 في معادلة القطع الزائد التي تحتوي على ثوابت مجهولة.

٧- تساوي قيمة b^2 في معادلة القطع الزائد الجديدة مع قيمة b^2 في معادلة القطع الزائد التي تحتوي على ثوابت مجهولة.

س/ قطع زائد مركزه نقطة الاصل و معادلته $hx^2 - ky^2 = 90$ و طول محوره الحقيقي $(6\sqrt{2})$ وحدة و بؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $9x^2 + 16y^2 = 576$ جد قيمة كل من $h , k \in R$.

Sol//

القطع الزائد

$hx^2 - ky^2 = 90 \quad] \div 90$

$\frac{hx^2}{90} - \frac{ky^2}{90} = 1$

$\frac{x^2}{\frac{90}{h}} - \frac{y^2}{\frac{90}{k}} = 1$

طول محوره الحقيقي $= 6\sqrt{2}$

$2a = 6\sqrt{2} \quad] \div 2$

$a = 3\sqrt{2}$

$a^2 = 18$

القطع الناقص

$9x^2 + 16y^2 = 576 \quad] \div 576$

$\frac{9x^2}{576} + \frac{16y^2}{576} = 1$

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$

$a^2 = 64 \Rightarrow$ بالجذر $a = \mp 8$

$b^2 = 36 \Rightarrow$ بالجذر $b = \mp 6$

$a^2 = b^2 + c^2$

$64 = 36 + c^2$

$c^2 = 64 - 36$

$c^2 = 28$

بالجذر $c = \mp 2\sqrt{7}$

بؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص

c زائد $= c$ناقص

c زائد $= 2\sqrt{7}$

$c^2 = 28$

$c^2 = a^2 + b^2$

$28 = 18 + b^2$

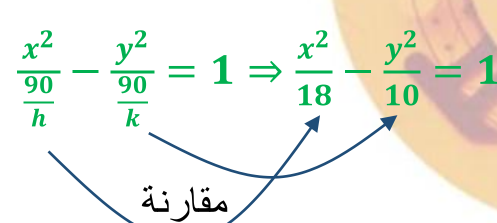
$b^2 = 28 - 18$

$b^2 = 10$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{10} = 1$$

للتوضيح فقط :



$$\frac{x^2}{\frac{90}{h}} - \frac{y^2}{\frac{90}{k}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{10} = 1$$

$$\frac{90}{h} = 18$$

$18h = 90 \quad] \div 18$

$h = 5$

$$\frac{90}{k} = 10$$

$10k = 90 \quad] \div 10$

$k = 9$

07736982455

الصيغة الثامنة // صيغة وزارية

أولا: سؤال مزدوج بين القطوع المخروطية و الدائرة

١- نحدد معادلة الدائرة من السؤال.
٢- نحدد مركز الدائرة $c = (h\,,k)$
٣- نجد قيمة h بأستخدام القانون التالي $h = \frac{-A}{2}$
٤- نجد قيمة k بأستخدام القانون التالي $k = \frac{-B}{2}$
* قيمة A تمثل معامل x
* قيمة B تمثل معامل y
٥- اذا كانت x غير موجودة في معادلة الدائرة فأن قيمة $A = 0$
٦- اذا كانت y غير موجودة في معادلة الدائرة فأن قيمة $B = 0$
٧- قيمة c تمثل الحد المطلق (الحد الذي لا يحتوي على متغير)
٨- اذا تطلب ايجاد نصف قطر الدائرة
٩- لايجاد نصف قطر الدائرة يستخدم القانون التالي $r = \sqrt{h^2 + k^2 - c}$
١٠- نحدد الصيغة الكلامية في السؤال
١١- نحول الصيغة الكلامية الى صيغة رياضية.
١٢- نحدد قيم c(أو b أو a)
١٣- اذا كانت قيم (c أو b أو a) واحدة منها مجهولة يستخدم القانون العام
لايجاد القيمة المفقودة $c^2 = a^2 + b^2$


س/ جد معادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه هي مركز الدائرة

$x^2+y^2-16y+15=0$ و نصف طول محوره المرافق يساوي نصف قطر تلك الدائرة.

الدائرة $x^2+y^2-16y+15=0$

$A=0\ ,B=-16\ ,c=15$

$h=\frac{-A}{2}$

$h=\frac{0}{2}$

$h=0$

$k=\frac{-B}{2}$

$k=\frac{16}{2}$

$k=8$

$c\ (\ h\ ,k\ )$

$c\ (0,8)$

$r=\sqrt{h^2+k^2-c}$

$r=\sqrt{(0)^2+(8)^2-15}$

$r=\sqrt{64-15}$

$r=\sqrt{49}$

$r=7$

القطع الزائد

احدى بؤرتيه هي مركز الدائرة

$(0,8)=c$

قطع صادي

$c=8\ \Rightarrow c^2=64$



نصف طول محوره المرافق يساوي نصف قطر الدائرة

$$r = \frac{1}{2}2b$$
$$r = b$$
$$b = 7 \Rightarrow b^2 = 49$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$64 = a^2 + 49$$
$$a^2 = 64 - 49$$
$$a^2 = 15$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$
$$\frac{y^2}{15} - \frac{x^2}{49} = 1$$



س/ قطع ناقص مركزه نقطة الاصل و قطع زائد نقطة تقاطع محوريه نقطة الاصل. كل منهما يمر ببؤرة الاخر فأذا كانت $9x^2 + 25y^2 = 225$ معادلة القطع الناقص جد:-

١. مساحة منطقة القطع الناقص
٢. محيط القطع الناقص
٣. معادلة القطع الزائد ثم ارسمه
٤. الاختلاف المركزي لكل منهما

Sol/

قطع ناقص

07736982455

$$9x^2 + 25y^2 = 225 \quad] \div 225$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$a^2 = 25 \Rightarrow$ بالجذر $a = \mp 5$

$b^2 = 9 \Rightarrow$ بالجذر $b = \mp 3$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$25 = 9 + c^2$$

$$c^2 = 25 - 9$$

$c^2 = 16 \Rightarrow$ بالجذر $c = \mp 4$

$$A = \pi ab$$

$$A = \pi(5)(3)$$

$$A = 15\pi\ unit^2$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{25 + 9}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{34}{2}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{17}\ \text{unit}$$

قطع زائد

زائد $c =$ ناقصa

ناقص $c =$ زائد a

زائد $a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$

زائد $c = 5 \Rightarrow c^2 = 25$

$c^2 = a^2 + b^2$

$25 = 16 + b^2$

$b^2 = 25 - 16$

$b^2 = 9 \Rightarrow$ بالجذر $b = \mp 3$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$$



ناقص $e = \frac{c}{a}$

$e = \frac{4}{5} < 1$ ناقص

$e = \frac{c}{a}$ زائد

$e = \frac{5}{4} > 1$ زائد

ثانيا/ سؤال مزدوج بين القطع المخروطي و العدد المركب

١- نحدد نوع السؤال (قطع مخروطي وعدد مركب)
٢- نحدد صيغة العدد المركب المعطاة في السؤال.
٣- اذا لم تكن الصيغة بالصيغة الاعتيادية للعدد المركب $(a + bi)$ يجب ان نضعها بالصيغة الاعتيادية لها.
(مراجعة الفصل الاول و الصيغة الاعتيادية للعدد المركب)
٤- نحدد الصيغة الكلامية المعطاة في السؤال.
٥- اذا ذكر في السؤال قطع مخروطي و لم يحدد نوع القطع نحدد نوع القطع عن طريق خاصية لقطع معين أو كلمة.

امثلة//

A. المساحة و المحيط تعني القطع ناقص
B. محور صغير و محور كبير تعني القطع الناقص
C. اختلاف مركزي اصغر من 1 تعني القطع ناقص
D. قيمة a اكبر من قيمة b , c تعني القطع ناقص
E. اذا ذكر قطب يعني قطع ناقص

امثلة//

A) محور حقيقي و محور تخيلي تعني ان القطع زائد
B) قطع قائم تعني قطع زائد
C) قيمة c اكبر من قيمة a , b تعني قطع زائد
D) اختلاف مركزي اكبر من 1 أو $e = \sqrt{2}$ تعني ان القطع زائد

E) $a = b$ تعني ان القطع زائد

ملاحظة// اختلاف مركزي يساوي 1 $(e = 1)$ يعني القطع مكافئ.

٦- نحدد صيغة كلامية ونحولها الى صيغة رياضية

٧- ايجاد مطلب السؤال

س/ جد معادلة القطع المخروطي القائم الذي رأسه نقطة الاصل و ينطبق محوراه على المحورين الأحداثيين و احدى بؤرتيه هي $(d, 0)$ حيث $d = \left(\frac{2-3i^{27}}{3-\sqrt{-4}}\right)^{64}$

Sol//

$$d = \left(\frac{2-3i^{27}}{3-\sqrt{-4}}\right)^{64}$$

كل i مرفوع الى اس اكبر من 3 يقسم على 4 و يمثل الباقي الاس الجديد

كل سالب داخل الجذر التربيعي يقلب الى (i) خارج الجذر

$$d = \left(\frac{2-3i^{3}}{3-2i}\right)^{64}$$

$$d = \left(\frac{2+3i}{3-2i}\right)^{64}$$

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ 4 & 27 \\ & 24 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$d = \left(\frac{2+3i}{3-2i} * \frac{3+2i}{3+2i}\right)^{64}$$

07736982455

$$d = \left(\frac{6 + 4i + 9i + 6i^2}{9 - 4i^2}\right)^{64}$$

$$d = \left(\frac{6 + 13i - 6}{9 + 4}\right)^{64}$$

$$d = \left(\frac{13i}{13}\right)^{64}$$

$$\begin{array}{r|l} & 16 \\ \hline 4 & 64 \\ & \underline{4} \\ & 24 \\ & \underline{24} \\ & 0 \end{array}$$

$$d = i^{64}$$

$$d = i^{0}$$

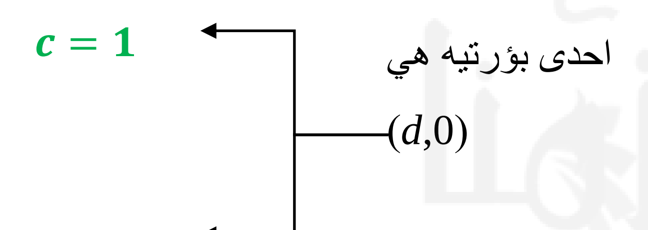
$$d = 1$$

$\because$ القطع المخروطي قائم

$\therefore$ القطع زائد قائم

$\because$ القطع الزائد قائم

$\therefore$ $e = \sqrt{2}$



قطع على محور السينات

$c^2 = 1 \quad , \quad e = \sqrt{2}$

$c = 1$

$$e = \frac{c}{a}$$

$$\sqrt{2} = \frac{1}{a}$$

$$\sqrt{2}a = 1 \quad] \div \sqrt{2}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{2}$$

∵ القطع الزائد قائم

$$\therefore a = b$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow b^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{1}{2}} - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$$ معادلة القطع الزائد

07736982455

(2018) وزاري

س/ اذا كان $\frac{11+2i}{1+2i} = d + ie$ جد معادلة القطع الناقص الذي رأسه نقطة الأصل واحدى بؤرتيه $(0, e)$ و طول محوره الكبير $2\,\|d + ie\|$

Sol:

$$d + ie = \frac{11 + 2i}{1 + 2i}$$

$$d + ie = \frac{11 + 2i}{1 + 2i} \cdot \frac{1 - 2i}{1 - 2i}$$

$$d + ie = \frac{11 - 22i + 2i - 4i^2}{1 + 4}$$

$$d + ie = \frac{11 - 20i + 4}{5}$$

$$d + ie = \frac{15 - 20i}{5}$$

$$d + ie = 3 - 4i$$

$$d = 3$$

$$e = -4$$

$$F = (0, e)$$

$$F = (0, -4)$$

$$c = -4$$

$$c^2 = 16$$

$2a =$ طول المحور الكبير

$$2a = 2\,\|d + ie\|$$

$$3 - 4i$$

07736982455



$(3, -4)$

$a = \sqrt{x^2 + y^2}$

$a = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2}$

$a = \sqrt{9 + 16}$

$a = \sqrt{25}$

$a = 5$

$2a = 2\ \|5\|$

$a = 5 \Rightarrow a^2 = 25$

$\mathrm{a}^2 = \mathrm{b}^2 + \mathrm{c}^2$

$25 = b^2 + 16$

$b^2 = 25 - 16$

$b^2 = 9$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$



س/ جد معادلة القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه هي نقطة انقلاب الدالة $f(x) = (x+2)(x-1)^2$ و طول محور الكبير يساوي (12)؟

(وزاري يدرس بعد الانتهاء من الفصل الثالث)

Sol/

$f(x) = (x+2)(x-1)^2$

$f(x) = (x+2)(x^2-2x+1)$

$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2x^2 - 4x + 2$

$f(x) = x^3 - 3x + 2$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$f''(x) = 6x$

$6x = 0 \quad] \div 6$

$x = 0$

$f(x) = (x+2)(x-1)^2$

$f(0) = (0+2)(0-1)^2$

$f(0) = 2(-1)^2$

$f(0) = 2$

$(0,2)$ نقطة انقلاب

$c = 2$

$c^2 = 4$

$2a =$ طول المحور الكبير

$2a = 12 \quad] \div 2$

$a = 6$

07736982455



$$a^2 = 36$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$36 = b^2 + 4$$

$$b^2 = 36 - 4$$

$$b^2 = 32$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{36} = 1$$



2021

1 x 1 = 1	2 x 1 = 2	3 x 1 = 3	4 x 1 = 4	5 x 1 = 5
1 x 2 = 2	2 x 2 = 4	3 x 2 = 6	4 x 2 = 8	5 x 2 = 10
1 x 3 = 3	2 x 3 = 6	3 x 3 = 9	4 x 3 = 12	5 x 3 = 15
1 x 4 = 4	2 x 4 = 8	3 x 4 = 12	4 x 4 = 16	5 x 4 = 20
1 x 5 = 5	2 x 5 = 10	3 x 5 = 15	4 x 5 = 20	5 x 5 = 25
1 x 6 = 6	2 x 6 = 12	3 x 6 = 18	4 x 6 = 24	5 x 6 = 30
1 x 7 = 7	2 x 7 = 14	3 x 7 = 21	4 x 7 = 28	5 x 7 = 35
1 x 8 = 8	2 x 8 = 16	3 x 8 = 24	4 x 8 = 32	5 x 8 = 40
1 x 9 = 9	2 x 9 = 18	3 x 9 = 27	4 x 9 = 36	5 x 9 = 45

6 x 1 = 6	7 x 1 = 7	8 x 1 = 8	9 x 1 = 9	10 x 1 = 10
6 x 2 = 12	7 x 2 = 14	8 x 2 = 16	9 x 2 = 18	10 x 2 = 20
6 x 3 = 18	7 x 3 = 21	8 x 3 = 24	9 x 3 = 27	10 x 3 = 30
6 x 4 = 24	7 x 4 = 28	8 x 4 = 32	9 x 4 = 36	10 x 4 = 40
6 x 5 = 30	7 x 5 = 35	8 x 5 = 40	9 x 5 = 45	10 x 5 = 50
6 x 6 = 36	7 x 6 = 42	8 x 6 = 48	9 x 6 = 54	10 x 6 = 60
6 x 7 = 42	7 x 7 = 49	8 x 7 = 56	9 x 7 = 63	10 x 7 = 70
6 x 8 = 48	7 x 8 = 56	8 x 8 = 64	9 x 8 = 72	10 x 8 = 80
6 x 9 = 54	7 x 9 = 63	8 x 9 = 72	9 x 9 = 81	10 x 9 = 90

$\sqrt{-1}$ ♥

MATH